

MA1001 Introducción al Cálculo**Profesor:** Vicente Salinas**Auxiliar:** Patricio Yañez**Tutoría C2**

18 de Abril del 2019

P1. Sea $f(x) = 6x^2 - x - 5$. Determine paridad, ceros, crecimiento, inyectividad, sobreyectividad y cuando corresponda, la inversa de las siguientes funciones:

a) $g(x) = f(f(x))$

c) $g(x) = f(|x|)$

e) $g(x) = f(x+1) - f(|x|)$

b) $g(x) = f(x+1)$

d) $g(x) = |f(x-1)|$

P2. Considere los puntos $A = (a, 0)$ y $B = (-a, 0)$, donde $a > 0$. Encuentre el lugar geométrico de los puntos $P = (x, y)$ tal que las pendientes de las rectas L_{PA} y L_{PB} satisfacen la siguiente relación

$$m_{PA} = \frac{2m_{PB}}{1 - m_{PB}^2}$$

P3. Sean $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$, y la función $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = x^2 + \alpha$ si $x \geq 0$ y $x + \beta$ si $x < 0$

(a) Demuestre que f es epiyectiva ssi $\alpha \leq \beta$.

(b) Demuestre que f es inyectiva ssi $\alpha \geq \beta$.

(c) ¿Cuál es el conjunto $B = \{(\alpha, \beta) \in \mathbb{R}^2 \mid f \text{ biyectiva}\}$?

P4. Considere la función definida por $f(x) = \frac{x}{x^2 - |x|}$

a) Encontrar dominio, ceros, paridad, signos y asíntotas de todo tipo.

b) Estudiar el crecimiento de la función.

c) Calcular $f((1, \infty))$ y probar que la función f restringida de $(1, \infty)$ y con codominio $f((1, \infty))$ es biyectiva y encuentre su inversa.

d) Bosqueje el gráfico de f .

P5. Dada una elipse $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$, encuentre el lugar geométrico de los puntos P tales que las dos rectas tangentes a la elipse que pasan por P son perpendiculares.

Hint: La recta tangente a la elipse en un punto (x_0, y_0) de ella es:

$$\frac{x \cdot x_0}{a^2} + \frac{y \cdot y_0}{b^2} = 1$$

P6. Estudie inyectividad, sobreyectividad y biyectividad de las siguientes funciones:

a) $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x^2$

b) $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, g(x) = \sqrt{x^2 + 1}$

c) $h : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, h(x) = \frac{x^2 + 3x - 1}{2x^2 - 5x + 4}$

P7. Sea $f : A \subseteq \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la función definida por $f(x) = \frac{|x| - 6}{|x| - 2}$. Se pide:

a) Determine $A = \text{Dom}(f)$, ceros, signos y paridad.

b) Determine asíntotas y crecimientos de f .

c) Determine $f(A)$ la imagen de A por f , y explique por qué f no es inyectiva ni sobreyectiva.

d) Encuentre un subconjunto B de A tal que $f|_B : B \rightarrow f(B)$ sea biyectiva y determine explícitamente su inversa.

e) Bosqueje el gráfico de f