

MA1001-9 Introducción al Cálculo

Profesor: Amitai Linker

Auxiliares: Vicente Salinas

Dudas: vicentesalinas@ing.uchile.cl



Auxiliar 12

07 de Junio de 2019

P1. Calcule los siguientes límites:

a) $\lim_{x \rightarrow 1} (1-x) \tan\left(\frac{x\pi}{2}\right)$

b) $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{e^{a(x-\pi)} - e^{b(x-\pi)}}{x^2 - \pi^2}$

c) $\lim_{x \rightarrow 0} x e^{\sin\left(\frac{\pi}{x}\right)}$

d) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(1 + \frac{x}{x^2 + 1}\right)^{\frac{1}{x}}$

e) $\lim_{x \rightarrow 1} \left| \frac{2}{x^2 + 1} \right|$

f) $\lim_{x \rightarrow 0} \sin\left(\frac{1}{x}\right)$

P2. Calcule los siguientes por definición $\varepsilon - \delta$:

a) $\lim_{x \rightarrow 8} \sqrt{x+1}$

b) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 2x}{x+1}$

c) $\lim_{x \rightarrow 0} x \sin\left(\frac{1}{x}\right)$

d) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln(x)}{x-1}$

P3. a) Considere la función f definida por:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{e^x - 1}{x^2 - x} & \text{si } x \neq 0 \\ a & \text{si } x = 0 \end{cases}.$$

Determine el valor de a tal que $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = f(0)$

b) La función:

$$g(x) = \begin{cases} \pi \frac{e^x - 1}{x^2 - x} & \text{si } x \geq 0 \\ \frac{\sin((1+x)\pi)}{x} & \text{si } x < 0 \end{cases}.$$

¿Es continua?

Propuestos

$$a) \lim_{x \rightarrow 6} \frac{\sqrt[3]{5x-3} - 3}{x-6} \quad (\text{Indicación use } u = \sqrt[3]{5x-3})$$

$$b) \lim_{x \rightarrow 0} \left(1 - \cos \left(\frac{\sqrt{x^2+1} - 1}{x} \right) \right) \frac{1}{x^2}$$

$$c) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(\cos(x))}{x^2}$$

Recuerdos y Consejos

Límites conocidos

$$1. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x} = 1$$

$$3. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x)}{x} = 1$$

$$2. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(x)}{x-1} = 1$$

$$4. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos(x) - 1}{x^2} = -\frac{1}{2}$$

Límite de la composición:

$$\lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = u_0 \text{ entonces } \lim_{x \rightarrow x_0} f(g(x)) = \lim_{u \rightarrow u_0} f(u) = L$$

Límites laterales

$$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = L \iff \lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = L$$

Definición límite $\varepsilon - \delta$

$$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = L \iff (\forall \varepsilon > 0)(\exists \delta > 0)(\forall x \in \text{Dom}(f)) |x - x_0| < \delta \Rightarrow |f(x) - L| < \varepsilon$$

Límite por sucesiones

$$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = L \iff (\forall x_n) \text{ tal que } x_n \rightarrow x_0 \text{ se cumple que } f(x_n) \rightarrow L$$