

MA1001-9 Introducción al Cálculo**Profesor:** Amitai Linker**Auxiliares:** Vicente Salinas**Dudas:** vicentesalinas@ing.uchile.cl**Auxiliar 15**

28 de Junio de 2019

P1. Calcule las siguientes derivadas implícitas

a) $x^2 + y^2 = 16$

b) $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$

P2. Calcule mediante L'hôpital, los siguientes límites:

a) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{e^x(x^2 - 1)^2}{\sin((x^4 - 1))}$

b) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 \ln(x - 3)}{\cos\left(\frac{(x - 3)\pi}{2}\right)}$

P3. Calcule las rectas tangente

a) $\frac{x^2}{4} + \frac{(y - 2)^2}{16} = 1$, en los puntos $(\sqrt{2}, 2(1 + \sqrt{2}))$ y $(\sqrt{2}, -2(1 + \sqrt{2}))$.

b) $y = (x - 4)^2$, en los puntos $(4, 0)$ y $(0, 16)$

c) $y = \sin(x)$, en el punto $\left(\frac{\pi}{4}, \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$

P4. Calcule las siguientes derivadas de orden superior

a) $\arctan(x)^{(2)}$

c) $(e^{5x} \ln(x))^{(n)}$

b) $(xe^{x^2})^{(3)}$

d) $(\sin(x)x^3)^{(n)}$

P5. Calcule un polinomio de Taylor de orden 2 en torno a x_0 , para las siguientes dos funciones:

a) $\cos(x)$

c) $\sinh(x)$

b) e^x

d) $x \sin(x)$

Repaso semana pasada

1. Calcule por definición las siguientes derivadas

a) $x e^{2019x}$ (Respuesta: $e^{2019x}(1 + 2019x)$)

c) x^3 (Respuesta: $3x^2$)

b) $\ln(x^2)$ (Respuesta: $\frac{2}{x}$)

d) x^x (Respuesta: $x^x(\ln(x) + 1)$)

2. Calcule las siguientes derivadas

a) $\sin(e^{x^2+1})x^2$

c) $\arctan(e^x + 1)$

b) $\ln(x^{2019} + 2) \cos(x)^2$

d) $\frac{\sinh(x)}{e^{20x} 19x}$

Recuerdos y Consejos

Definición derivada: Sea $f(x)$, llamaremos $f'(x)$ a su derivada en el punto x

$$f'(x) := \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

Álgebra de derivadas:

Linealidad: $(f + g)'(x) = f'(x) + g'(x)$ y $(\lambda f)'(x) = \lambda f'(x)$

Regla del producto $(fg)'(x) = f'(x)g(x) + g'(x)f(x)$

Regla de la división sea $g(x) \neq 0$ $\left(\frac{f}{g}\right)'(x) = \frac{f'(x)g(x) - g'(x)f(x)}{g(x)^2}$

Regla de la cadena $(f(g(x)))' = f'(g(x))g'(x)$

Algunas derivadas conocidas:

1. $(c)' = 0$

3. $(e^x)' = e^x$

5. $(\cos(x))' = -\sin(x)$

2. $(x^\alpha)' = \alpha x^{\alpha-1}$

4. $(\ln(x))' = \frac{1}{x}$

6. $(\sin(x))' = \cos(x)$

Recta Tangente

Sea f una función derivable, la recta tangente a ella en el punto $(x_0, f(x_0))$ es $y - f(x_0) = f'(x_0)(x - x_0)$

Formula de Leibnitz

$$(fg)(a)^{(n)} = \sum_{k=0}^n f^{(k)}(a)g^{(n-k)}(a)$$

Polinomio de Taylor de f en torno a x_0 y de orden k

$$p(x) = \sum_{i=0}^k \frac{f^{(i)}(x_0)}{i!} (x - x_0)^i$$