

## Clase Auxiliar N.º 1

### Pregunta 1: Conceptos generales

- i) Refiérase al modelo de 4 - 5 etapas. Señale las etapas, las preguntas que responden y modelos utilizados para las etapas de generación, distribución y partición modal, además para estas etapas señale datos necesarios para poder estimar los modelos.

### Pregunta 2: Modelos de generación

- i) En el modelo de generación por regresión lineal. ¿Qué representan los parámetros  $\beta$ ? ¿Qué pasa si existen relaciones no lineales?
- ii) En el modelo de análisis por Categorías: ¿Qué representan  $t(h)$  y  $a_i(h)$ ?

### Pregunta 3: Modelo de distribución

Para una ciudad, existen 4 zonas (1 y 2 en el poniente y 3 y 4 en el oriente). El sector poniente y oriente poseen una separación natural producto de un río. El sector poniente y oriente tiene una conexión entre ellas mediante un puente bidireccional.

Desarrolle un modelo de máxima entropía para el caso que se conocen los viajes generados en cada zona y se posee una estimación del flujo de vehículos en ambos sentidos del puente. Encuentre los valores de lo viajes para la matriz origen destino.

$O_1$	$O_2$	$O_3$	$O_4$	$f_{po}$	$f_{op}$
100	300	200	100	300	200

### Pregunta 4: Modelo de partición modal

- i) ¿Qué sucede con las probabilidades de elección cuando el factor de escala crece?
- ii) Corrija la siguiente frase: Si tenemos un modelo logit calibrado para tres modos disponibles. Si quisiéramos incluir una cuarta alternativa al modelo siempre tendremos que calibrar los parámetros nuevamente.
- iii) El padre de la familia Stark debe viajar durante varios días al año desde Winterfell a Kings-landing para realizar sus labores como "mano del Rey". Para realizar este viaje él tiene tres modos disponibles: caminata, caballo y barco. Se sabe que un modelo logit es capaz de reproducir en promedio las decisiones que el señor Stark elige, pero se ha perdido el valor de un parámetro importante para su bienestar, la seguridad. La variable seguridad es medida como la cantidad de días sin accidentes o asaltos que ocurrió el mes anterior.

- a. Si se sabe que, de 100 días 30 viaja caminando hacia su destino. Calcule el valor del parámetro de seguridad y también la partición modal.

Parámetro	Valor
Tiempo de viaje	-1
Costo	-3
Seguridad	x
Cte caminata	0
Cte caballo	2
Cte barco	3

Modo	Costo	Tiempo de viaje [min]	Seguridad
Caminata	0	100	10
Caballo	35	50	25
Barco	60	40	25

- b. ¿Cómo cambiaría la predicción del modelo si la desviación estándar del error fuese el doble?

# Pauta auxiliar 1

## Pregunta 1: Conceptos generales

- i) Refiérase al modelo de 4 - 5 etapas. Señale las etapas, las preguntas que responden y modelos utilizados para las etapas de generación, distribución y partición modal, además para estas etapas señale datos necesarios para poder estimar los modelos.

Etapa	Pregunta	modelos	datos
Localización	¿Localización? (hogar, trabajo, estudio)		
Generación	¿Cuántos viajes se producen, atraen? ¿ $O_i$ y $D_j$ ?	Factor de crecimiento, Regresión lineal, análisis por categorías	Tasa de motorización, ingreso, distribución de tipo de hogares, localización, tasas de viajes. Número de habitantes, de trabajo, otros.
Distribución	¿Hacia Dónde? $V_{ij}$	Factor de crecimiento uniforme, simplemente acotado, doblemente acotados, Gravitacional, entropía.	$O_i$ y $D_j$ , Matriz a priori, costo de transporte, conteo de flujos.
Partición Modal	¿Qué modo de viaje? $P_i$	Modelo de elección discreta-Logit	Características de los modos de viaje, costo, tiempo, seguridad, comodidad. Preferencias de los individuos.
Asignación	¿Qué ruta?		

## Pregunta 2: Modelos de generación

- i) En el modelo de generación por regresión lineal. ¿Qué representan los parámetros  $\beta$ ? ¿Qué pasa si existen relaciones no lineales?

$$y = \beta_0 + \sum_i \beta_k x_k$$

Los parámetros  $\beta_k$  representan la tasa de generación de viaje por unidad de medida de la variable dependiente ( $x_k$ ) añadida en el modelo.

Si existieran relaciones no lineales se podría hacer lo siguiente:

- Obtener un parámetro  $\beta_k$  para distintos intervalos de medición ( $l$ ) de la variable explicativa ( $x_k$ ).
  - Obtener un parámetro  $\beta_k$  para  $f(x_k)$
- ii) En el modelo de análisis por Categorías: ¿Qué representan  $t(h)$  y  $a_i(h)$ ?

$$Y_i = \sum_h a_i(h)t(h)$$

$h$ : tipo de hogar

$t(h)$ : tasa de generación de viaje.

$a_i(h)$ : Número de hogares

### Pregunta 3: Modelo de distribución

Para una ciudad, existen 4 zonas (1 y 2 en el poniente y 3 y 4 en el oriente). El sector poniente y oriente poseen una separación natural producto de un río. El sector poniente y oriente tiene una conexión entre ellas mediante un puente bidireccional. Desarrolle un modelo de máxima entropía para el caso que se conocen los viajes generados en cada zona y se posee una estimación del flujo de vehículos en ambos sentidos del puente. Encuentre los valores de lo viajes para la matriz origen destino.

$O_1$	$O_2$	$O_3$	$O_4$	$f_{po}$	$f_{op}$
100	300	200	100	300	200

Problema Máxima entropía:

$$Max \ln(W) \approx - \sum_i \sum_j V_{ij} \ln(V_{ij}) - V_{ij}$$

$$\sum_j V_{ij} = O_i \quad (\lambda_i)$$

$$f_a = \sum_i \sum_j V_{ij} P_{ij}^a \quad (\lambda_a)$$

$P_{ij}^a$ : matriz de incidencia de viajes ij en el arco a

$$P_{ij}^{op} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$P_{ij}^{po} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Lagrangeano:

$$L = - \sum_i \sum_j V_{ij} \ln(V_{ij}) - V_{ij} + \sum_i \lambda_i \left( O_i - \sum_j V_{ij} \right) + \sum_a \lambda_a \left( f_a - \sum_i \sum_j V_{ij} P_{ij}^a \right)$$

C.P.O:

$$\frac{dL}{dV_{ij}} = - \ln(V_{ij}) - \lambda_i - \sum_a \lambda_a P_{ij}^a = 0$$

$$V_{ij} = \exp(-\lambda_i) \exp\left(\sum_a -\lambda_a P_{ij}^a\right)$$

Cambio de variable:  $x_a = \exp(-\lambda_a)$ , entonces  $-\lambda_a = \ln(x_a)$ , luego:

$$V_{ij} = \exp(-\lambda_i) \exp\left(\sum_a \ln\left(x_a^{P_{ij}^a}\right)\right) = \exp(-\lambda_i) \exp\left(\ln\left(\prod_a x_a^{P_{ij}^a}\right)\right)$$

$$V_{ij} = \exp(-\lambda_i) \prod_a x_a^{P_{ij}^a}$$

Imponemos restricciones:

Restricción 1:

$$\sum_j V_{ij} = O_i$$

$$\sum_j \exp(-\lambda_j) \prod_a x_a^{P_{ij}^a} = O_i$$

$$\exp(-\lambda_j) = \frac{O_i}{\sum_j \prod_a x_a^{P_{ij}^a}}$$

Luego:

$$V_{ij} = \frac{O_i}{\sum_j \prod_a x_a^{P_{ij}^a}} \prod_a x_a^{P_{ij}^a} \quad (1)$$

Restricción 2:

$$f_a = \sum_i \sum_j V_{ij} P_{ij}^a$$

$$f_{op} = V_{31} + V_{32} + V_{41} + V_{42} \quad (2)$$

$$f_{po} = V_{13} + V_{14} + V_{23} + V_{24} \quad (3)$$

Obtenemos  $V_{ij}$  de (1):

$$V_{13} = V_{14} = \frac{O_1 X_{po}}{2(1 + X_{po})}$$

$$V_{23} = V_{24} = \frac{O_2 X_{po}}{2(1 + X_{po})}$$

$$V_{31} = V_{32} = \frac{O_3 X_{op}}{2(1 + X_{op})}$$

$$V_{41} = V_{42} = \frac{O_4 X_{op}}{2(1 + X_{op})}$$

Reemplazando  $V_{ij}$  en (2) y (3):

$$f_{op} = \frac{(O_3 + O_4)X_{op}}{1 + X_{op}}$$

$$f_{po} = \frac{(O_1 + O_2)X_{po}}{1 + X_{po}}$$

Despejando y reemplazando valores:

$$X_{op} = 2 \text{ y } X_{po} = 3$$

Con lo anterior la siguiente expresión es calculable para obtener la Matriz OD

$$V_{ij} = \frac{O_i}{\sum_j \prod_a x_a^{P_{ij}^a}} \prod_a x_a^{P_{ij}^a}$$

#### Pregunta 4: Modelo de partición modal

- i) ¿Qué sucede con las probabilidades de elección cuando el factor de escala crece?

$$\mu = \frac{\pi}{\sqrt{6}\sigma}$$

Debido a que el factor de escala crece producto de una disminución de la varianza del término de error, entonces predomina en la utilidad la parte Sistemática  $V_i$  aumentando la probabilidad de las alternativas con mayor  $V_i$

- ii) Corrija la siguiente frase: Si tenemos un modelo logit calibrado para tres modos disponibles. Si quisiéramos incluir una cuarta alternativa al modelo siempre tendremos que calibrar los parámetros nuevamente.

Lo anterior no es siempre cierto debido a que si el nuevo modo de viaje es explicado por las mismas variables consideradas en la obtención de  $V_i$  para los otros modos, entonces es posible utilizar los mismos parámetros sin necesidad de calibrar nuevamente.

- iii) El padre de la familia Stark debe viajar durante varios días al año desde Winterfell a Kings-landing para realizar sus labores como "mano del Rey". Para realizar este viaje el tiene tres modos disponibles: caminata, caballo y barco. Se sabe que un modelo logit es capaz de reproducir las probabilidades de decisión que el señor Stark elige, pero se ha perdido el valor de un parámetro importante para su bienestar, la seguridad. La variable seguridad es medida como la cantidad de días sin accidentes o asaltos que ocurrió el mes anterior.
- a. Si se sabe que, de 100 días 30 viaja caminando hacia su destino. Calcule el valor del parámetro de seguridad.

Ya que el modelo logit replica las probabilidades de decisión,

$$P(\text{caminata}) = \frac{30}{100} = \frac{\exp(\mu V_{\text{caminata}})}{\exp(\mu V_{\text{caminata}}) + \exp(\mu V_{\text{caballo}}) + \exp(\mu V_{\text{barco}})}$$

Consideremos el factor de escala igual a uno (esto siempre se asume)

$$\begin{aligned} V_{\text{caminata}} &= 0 - 0 * 3 - 100 * 1 + 10 * x \\ V_{\text{caballo}} &= 2 - 35 * 3 - 50 * 1 + 25 * x \\ V_{\text{barco}} &= 3 - 60 * 3 - 40 * 1 + 25 * x \end{aligned}$$

Reemplazando los valores y obteniendo el valor de  $x = -3.58$

- b. ¿Qué cambiaría si la desviación estándar del error fuese el doble?

Dado que

$$\mu = \frac{\pi}{\sqrt{6}\sigma}$$

Básicamente habría que considerar el factor de escala  $=0.5$  y rehacer el cálculo de  $X$