

## Auxiliar 3

### Aplicaciones y Estrategias Mixtas

**Prof: Rahmi Ilkilic**

Auxiliares: Diego Reyes Troncoso, Rodrigo Mahaluf Recasens, Daniel A. Monsalve V.,  
Daniel E. Szmulewicz.

## Resumen

**Definición:**  $\hat{s}_i \in S_i$  es la **mejor respuesta** del jugador  $i$  ante la estrategia  $s_j$  del jugador  $j$  si  $u_i(\hat{s}_i, s_j) \geq u_i(s_i, s_j)$  con  $s_i \in S_i$ , o equivalentemente  $\hat{s}_i = \arg \max_{s_i \in S_i} u_i(s_i, s_j)$ .

**Definición:** Sea un Juego en Forma Normal de  $n$  jugadores. Un conjunto de estrategias  $(s_1^*, s_2^*, \dots, s_n^*)$  es un **Equilibrio de Nash (EN)** si para todo jugador  $i$ ,  $s_i^*$  es la mejor respuesta del jugador  $i$  a las  $n-1$  estrategias de los otros jugadores  $s_k$ ,  $k \neq i$ , es decir:  $\mu_i(s_i^*, s_{-i}^*) \geq \mu_i(s_i, s_{-i}^*)$ .

**Definición:** En un juego en forma normal  $G = \{S_1, \dots, S_n; \mu_1, \dots, \mu_n\}$ , con  $S_i = \{s_{i1}, \dots, s_{iK}\}$ . Una **Estrategia Mixta** del jugador  $i$  es una distribución de probabilidad  $p_i = (p_{i1}, \dots, p_{iK})$ , donde  $0 \leq p_{ik} \leq 1$  para  $k = 1, \dots, K$  y  $p_{i1} + \dots + p_{iK} = 1$ .

**Definición:** En un juego en forma normal de 2 jugadores  $G = \{S_1, S_2; \mu_1, \mu_2\}$ , las estrategias mixtas  $(p_1^*, p_2^*)$  son un **Equilibrio de Nash** si cada estrategia mixta de cada jugador es la mejor respuesta a la estrategia mixta del otro.

## Pregunta 1

En Peñalolen, se encuentra la rotonda Quilín (de 1 km de perímetro) donde se ubican de manera equidistante  $n$  sandwicherías que ofrecen churrascos de calidad idéntica, a un continuo uniforme de consumidores. Los peñalolinos tienen una valoración  $v$  por consumir un churrasco, pero les cuesta  $t$  desplazarse hacia la sandwichería escogida además de pagar el precio  $p$  de la respectiva firma. Todas las sandwicherías tienen un mismo costo marginal  $c > 0$ , además de un costo fijo de  $F \geq 0$  por instalar su negocio en la rotonda. HINT: el problema es simétrico.

1. Determine la demanda de una firma  $i$ .
2. Determine los precios y utilidades de equilibrio.
3. Determine el número máximo de empresas que entra al mercado.

## Pregunta 2

Suponga que en el pueblito de *Morion* ha ocurrido un desastre medioambiental. La firma *Copec* ha derramado petróleo constantemente al mar. Como forma de castigar a la firma esta deberá pagar un monto a los afectados, representados por el *Sindicato* de trabajadores de la ciudad. El juicio procederá de la siguiente forma: El *Sindicato* y la Firma propondrán un monto. Luego este será aceptado por el fiscal a cargo del caso. El fiscal considera que el monto adecuado es una variable aleatoria  $x \sim \mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$  (conocida por él pero desconocida por el resto) este elige la oferta que es más cercana a  $x$ . Encuentre el equilibrio de Nash del problema utilizando el valor esperado.

## Pregunta 3

Considere el juego Cachipún. Modele el juego como un JFN. Encuentre todos los EN.

## Pregunta 4

Suponga que en un paseo peatonal una persona en situación de calle necesita ayuda. En un momento dado,  $n = 2$  transeúntes se encuentran en el paseo. Los individuos tienen dos opciones, ayudarlo o no, recibiendo los siguientes pagos: Si alguien ayuda, entonces todos los jugadores reciben  $a > 0$ . Si el jugador  $i$  ayuda, entonces existe un costo de esfuerzo asociado  $0 < c < a$  (su pago total sería  $a - c > 0$ ). Si nadie ayuda, entonces todos reciben 0.

Encuentre la probabilidad de que alguien ayude a la persona necesitada describiendo un equilibrio en estrategias mixtas del juego.