



Pauta Auxiliar 2

Arboles de decisión

Problema 1

Suponga que usted está estudiando la posibilidad de adquirir una tarjeta Bip especial para el próximo año. Dicha tarjeta debe comprarla anticipadamente por \$130.000 y le permitirá realizar 900 viajes durante el año. Su otra opción es no comprar la tarjeta especial y pagar cada pasaje a su precio de mercado del momento.

El precio de mercado esperado depende del balance anual de TranSantiago (Bueno o Malo) y del nivel de demanda (Alta o Baja), como se muestra en la tabla en pesos por viaje:

	Nivel de demanda	
Balance	Alta	Baja
Bueno	170	90
Malo	200	120

Usted sabe que en un año de demanda Alta deberá viajar obligadamente 900 veces y en un año de demanda Baja deberá viajar sólo 750 veces. Además una importante marca deportiva le beneficia a usted con dinero por viajar utilizando alguna de las poleras de esa marca, otorgándole un beneficio de \$350.000 al año si es un periodo de demanda Alta y de \$250.000 pesos al año si es un periodo de demanda Baja. Si ha comprado una tarjeta especial y le sobran viajes al final del año, simplemente se pierden.

Con la información que se cuenta actualmente se espera un balance Bueno con probabilidad 0,6. En caso de un balance Bueno, se espera que la demanda sea Alta en el 60% de los casos; mientras que para una temporada de balance Malo se espera que la demanda sea Alta en el 70% de los casos.

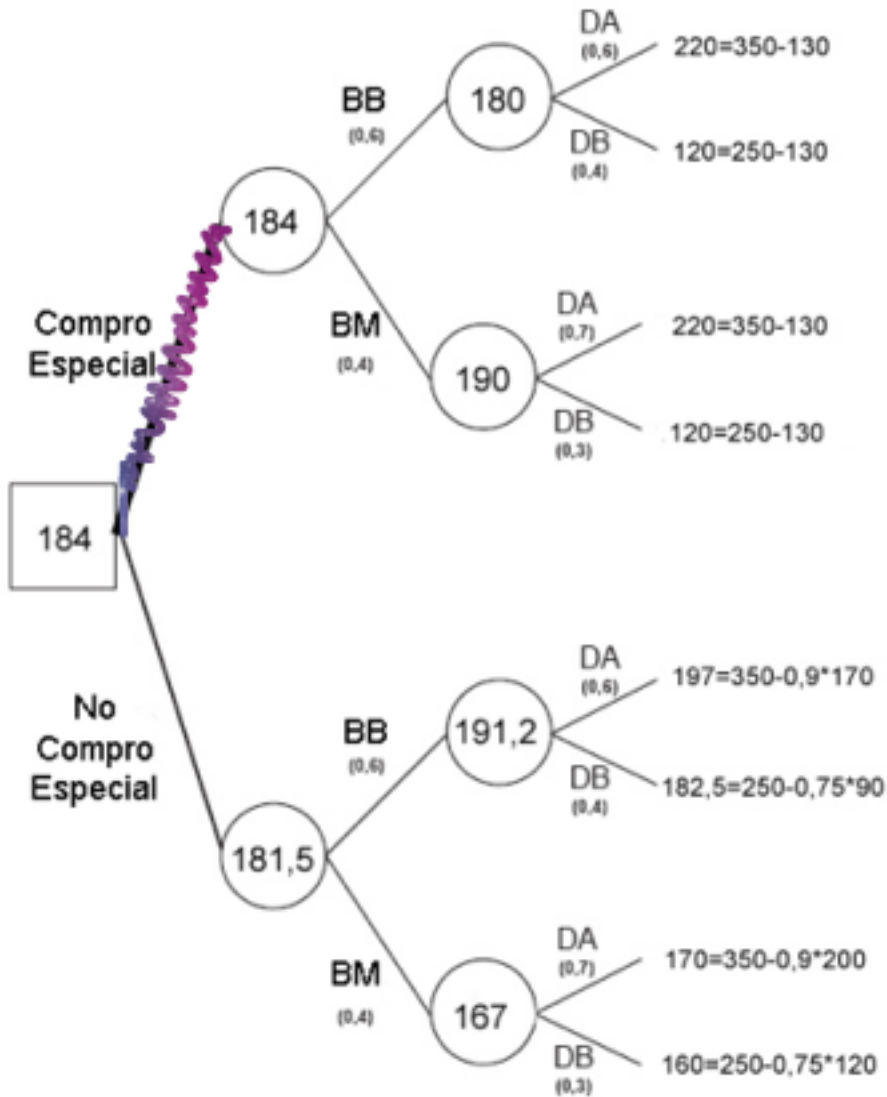
a) Plantee y resuelva un árbol de decisión que le permita determinar si le conviene comprar la tarjeta especial por adelantado o esperar hasta el próximo año y pagar el pasaje a su precio del momento.

Un experto en transporte le ofrece mejor información sobre el balance que se espera. Este le propone realizar un estudio que puede tener como resultados Aceptable o No Aceptable. Se sabe que el 80% de las veces que el balance resultó Bueno, el experto había indicado Aceptable, mientras que en el 70% de los casos que el balance resultó Malo, el experto había indicado No Aceptable.

b) ¿Cuál es el valor de la información provista por el experto?

Solución

a) Representando a los eventos “Balance Bueno” y “Balance Malo” por ‘BB’ y ‘BM’, respectivamente y a “Demanda Alta” y “Demanda Baja”, por ‘DA’ y ‘DB’, respectivamente, el árbol que resulta se ve en la figura (los valores en las hojas están en miles de pesos):



b) Para calcular el valor de la información provista por el experto, vamos a plantear un árbol que incluya los resultados de su estudio. Para esto se necesitan las probabilidades de que el balance sea bueno o malo, condicionada en la información del experto y las probabilidades de que el experto prediga un balance “Aceptable” o “No Aceptable”. Es decir, las probabilidades que necesitamos y no tenemos son $P(Aceptable)$, $P(BB|Aceptable)$ y $P(BB|NoAceptable)$.

Por probabilidades totales tenemos que

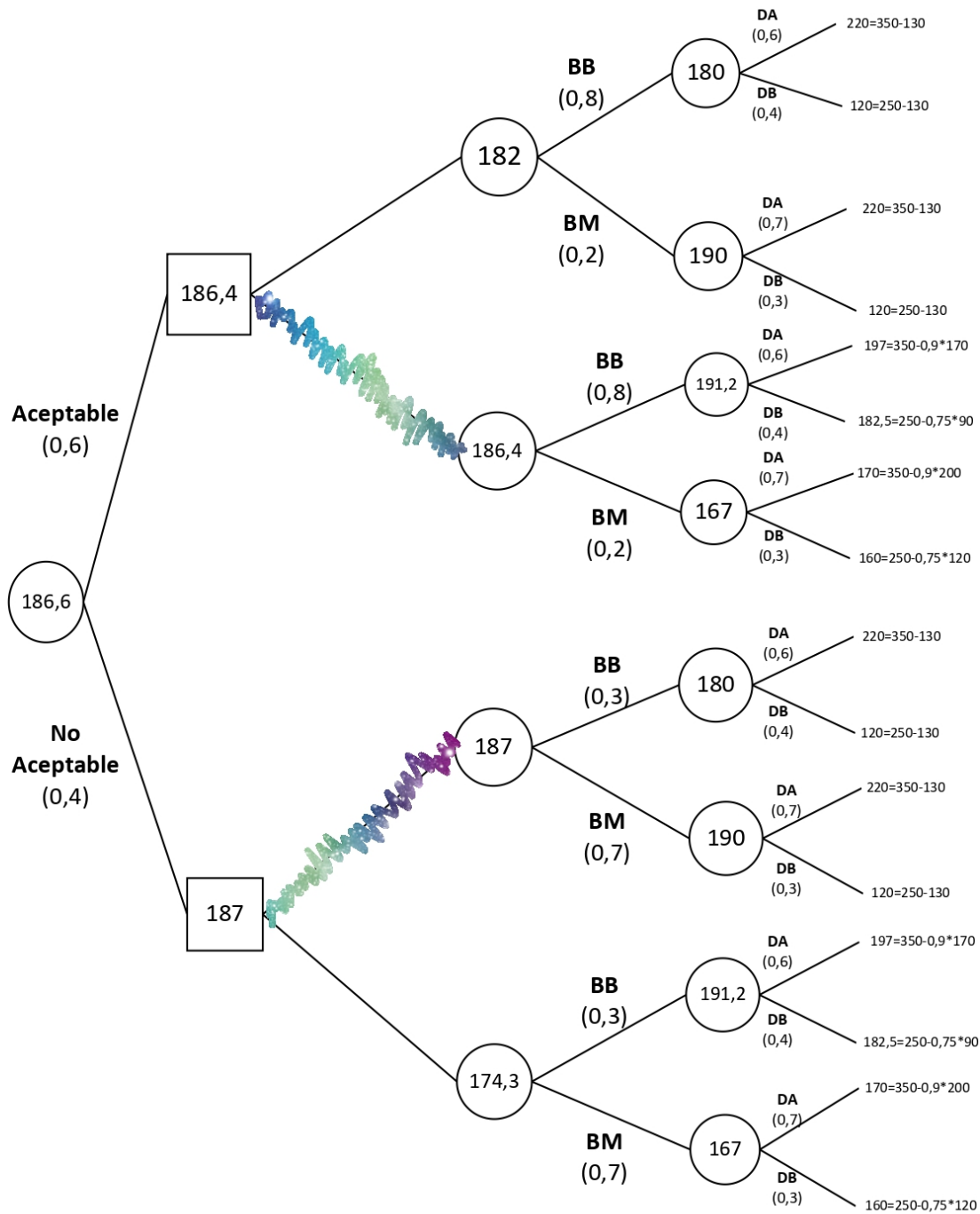
$$\begin{aligned}\mathbb{P}(Aceptable) &= \mathbb{P}(Aceptable|BB)\mathbb{P}(BB) + \mathbb{P}(Aceptable|BM)\mathbb{P}(BM) \\ &= 0,8 \cdot 0,6 + 0,3 \cdot 0,4\end{aligned}$$

Luego, por Teorema de Bayes tenemos lo siguiente,

$$\begin{aligned}\mathbb{P}(BB|Aceptable) &= \frac{\mathbb{P}(Aceptable|BB)\mathbb{P}(BB)}{\mathbb{P}(Aceptable)} \\ &= \frac{0,8 \cdot 0,6}{0,6} \\ &= 0,8\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\mathbb{P}(BB|NoAceptable) &= \frac{\mathbb{P}(NoAceptable|BB)\mathbb{P}(BB)}{\mathbb{P}(NoAceptable)} \\ &= \frac{0,2 \cdot 0,6}{0,4} \\ &= 0,3\end{aligned}$$

Una vez calculadas las probabilidades, podemos plantear y resolver el árbol asociado a esta parte, que se muestra en la figura:



De los valores finales, podemos calcular que lo que vale la información del especialista, que se puede interpretar como lo máximo que estará dispuesto a pagar es $186,6 - 184 = 2,6$ miles de pesos.

Problema 2

En un país terminal del globo, la empresa MONOCOBRE tiene el monopolio de la explotación del cobre, desde hace años, permitiendo el ingreso laboral exclusivamente de aquellos que tienen cierta cercanía o favores con el Estado. Molestos de tal situación que les impide incorporarse a la empresa, unos ingenieros expertos en minería han decidido formar la empresa CHILEXPLOTA para entrar al negocio.

Antes de ingresar al mercado del cobre, CHILEXPLOTA ha estimado, con estudios previos, que la inversión necesaria para ingresar al negocio debe ser de 10 millones de pesos. Además esta empresa tiene dos estrategias aleatorias de inserción a este mercado: estrategia desafiante, que será adoptada con una probabilidad del 60 % y tendrá un costo adicional de 5 millones de pesos o la aptitud pasiva, que será la otra estrategia posible.

Por otro lado, la estrategia con que reaccionará MONOCOBRE dependerá del modo en que entre CHILEXPLOTA. Si esta última anuncia una estrategia pasiva, existe un 20 % de posibilidades que MONOCOBRE amenace. Por otro lado, los ingenieros a los que está usted asesorando señalan que si supieran que la reacción de MONOCOBRE fuera de amenazar, con un 85,7 % de posibilidades entrarían con una actitud desafiante.

Finalmente se cuenta con la siguiente información de la empresa MONOCOBRE: si ella no amenaza, siempre adoptará una estrategia pasiva, si amenaza adoptará con una probabilidad del 70 % una respuesta agresiva para mantener su posición.

El siguiente cuadro muestra los ingresos por venta (en millones de pesos) dependiendo de las estrategias adoptadas por ambos competidores:

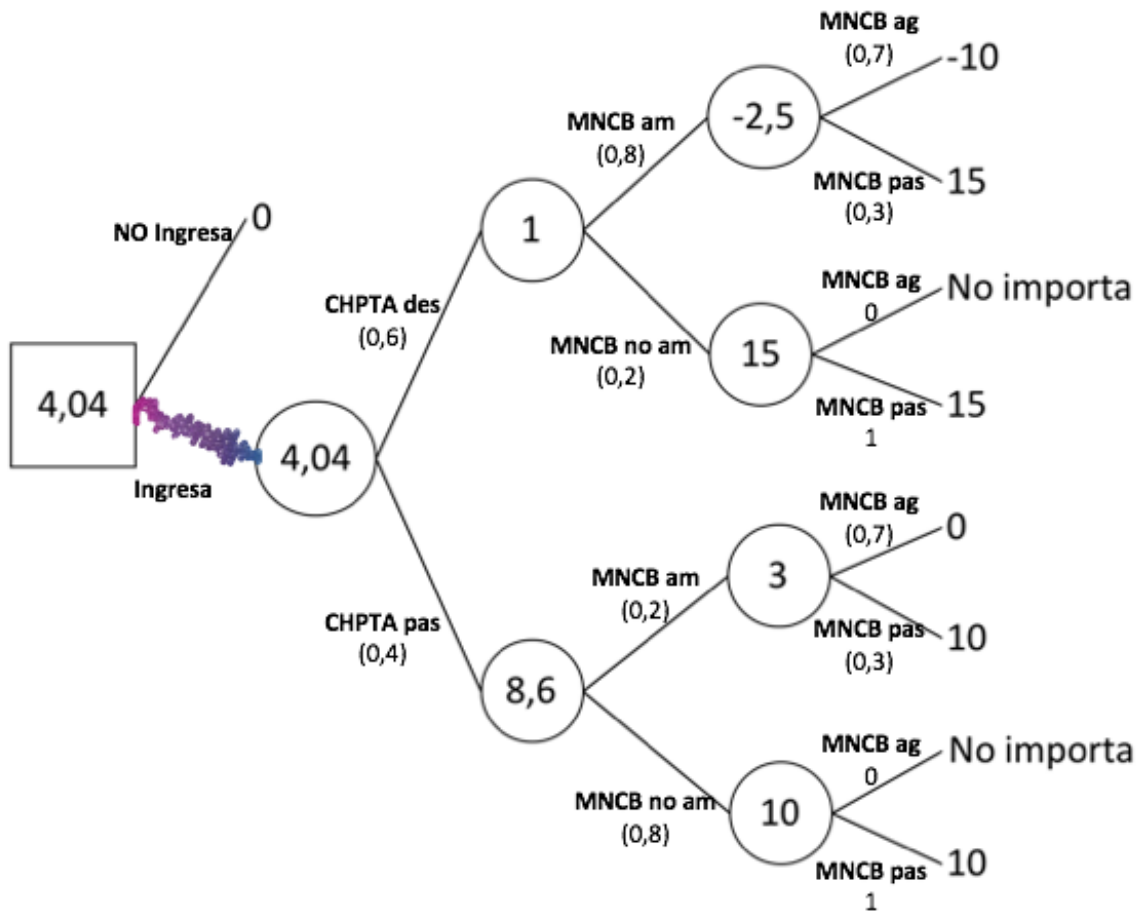
CHPTA/MNCB	Agresiva	Pasiva
Desafiante	5	30
Pasiva	10	20

a) Dibuje el árbol de decisión para evaluar si a CHILEXPLOTA le conviene ingresar al mercado del cobre en este lejano país. ¿Cuál es el valor esperado de las ganancias/pérdidas de la empresa en el caso de ingresar?

b) Considere ahora que la estrategia adoptada deja de ser una variable aleatoria y se transforma en una decisión. ¿Qué ocurre si en este caso la estrategia de CHILEXPLOTA se puede postergar hasta después de conocer la política adoptada por MONOCOBRE? ¿Qué valor tiene esta información? Considere que en este caso los eventos Amenaza y No Amenaza son equiprobables para MONOCOBRE.

Solución

a) El árbol de decisión queda como indica la siguiente figura:



Las probabilidades que no se especifican en el enunciado (la probabilidad que MonoCobre amenace dado que ChileExplota entra desafiante) fueron calculadas de la siguiente manera:

$$\begin{aligned}\mathbb{P}(MNCBam|CHPTA des) &= \frac{\mathbb{P}(CHPTA des|MNCBam)\mathbb{P}(MNCBam)}{\mathbb{P}(CHPTA des)} \\ &= \frac{0,857 \cdot \mathbb{P}(MNCBam)}{0,6}\end{aligned}$$

Por otro lado, por probabilidades totales tenemos

$$\begin{aligned}\mathbb{P}(MNCBam.) &= \mathbb{P}(MNCBam.|CHPTA des.) \cdot \mathbb{P}(CHPTA des.) + \mathbb{P}(MNCBam.|CHPTA pas.) \cdot \mathbb{P}(CHPTA pas.) \\ &= 0,857 \cdot \mathbb{P}(MNCBam.) + 0,2 \cdot 0,4\end{aligned}$$

$$\Rightarrow \mathbb{P}(MNCBam) = 0,56$$

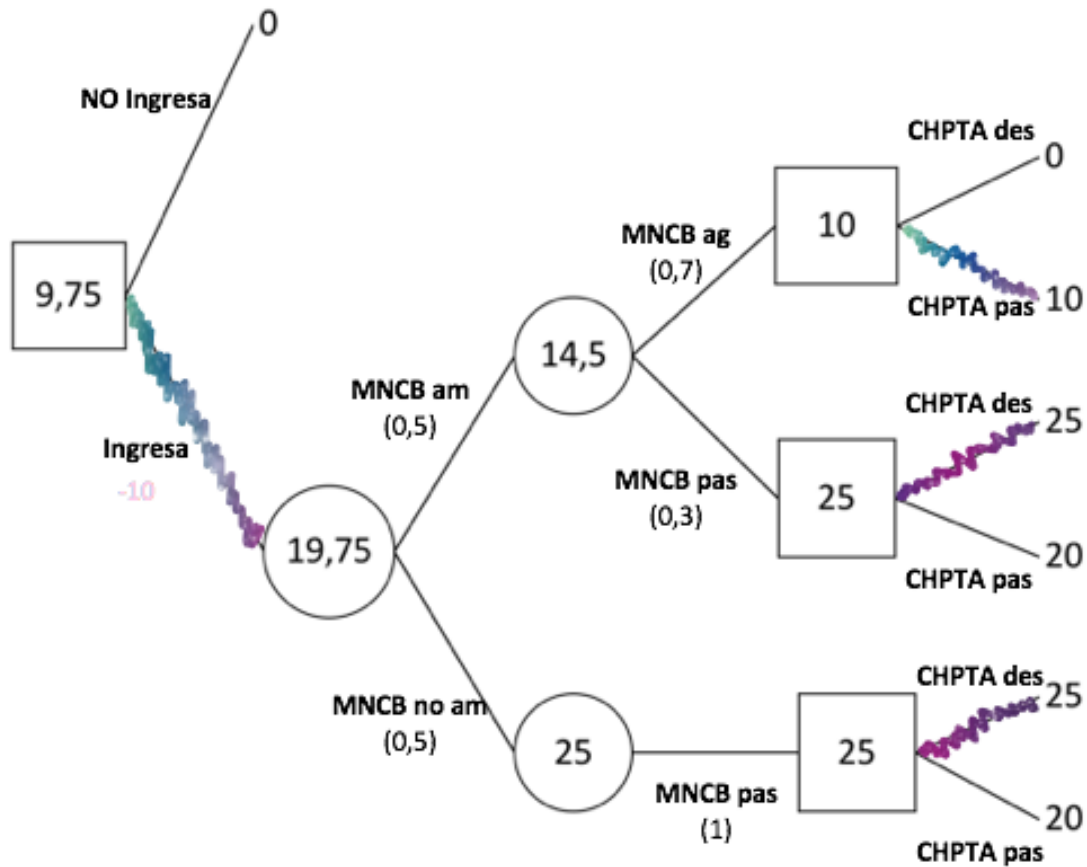
Por último,

$$\mathbb{P}(MCBam|CHPTA des) = \frac{0,857 \cdot 0,56}{0,6}$$

$$= 0,8$$

La empresa ganaría 4,04 millones por ingresar al mercado.

b) El nuevo árbol sería



Donde el valor de la información proporcionada es $9,75 - 0,04 = 5,71$ millones de pesos.