



Auxiliar # 8

Procesos de Poisson II

Problema 1

Suponga que uno de sus auxiliares ha decidido incursionar en el *stand up comedy* y ha sido contratado por un bar para participar en shows de una hora de duración. Para hacer el show, el auxiliar debe contar chistes, los cuales se sabe que llegan a su mente según un proceso de Poisson de tasa λ [chistes/hora]. Se sabe que un chiste es bueno con probabilidad p o es malo con probabilidad $(1-p)$, y que de acuerdo con el contrato, el auxiliar debe contar al menos un chiste bueno.

1. Calcule la probabilidad de que el auxiliar cumpla con el contrato.
2. Condicional en que cumplió el contrato, calcule la probabilidad de que el primer chiste sea bueno.
3. Calcule la probabilidad de que el auxiliar cuente más chistes buenos que malos.
4. Considere que el auxiliar recibe un bono si es que cumple con el contrato y lanza a lo más un chiste malo. Calcule la probabilidad de recibir el bono.
5. Condicional en que durante el show el auxiliar contó exactamente n chistes, ¿cuál es la probabilidad de que k de ellos hayan sido malos?

Problema 2

Boris recibe regalos por parte de sus seres queridos de acuerdo a un proceso de Poisson de tasa λ . Además, es visitado por cobradores de deudas, quienes llegan de acuerdo a un proceso de Poisson de tasa μ . Ambos procesos son independientes. Suponga que la casa de Boris tiene espacio para guardar prácticamente infinitos regalos.

- a) Si Boris aún no ha recibido ningún regalo, ni ha sido visitado por ningún cobrador, ¿cuánto es el tiempo esperado hasta que haya ocurrido al menos una de cada tipo de llegadas?
- b) Si en $[0, T]$ Boris recibió 2 regalos y llegaron 3 cobradores, ¿cuál fue el instante esperado de llegada del primer regalo?

Suponga a continuación que, al llegar, los cobradores eligen al azar alguno de los regalos a modo de pago, y se marchan inmediatamente tras elegirlo. En caso de llegar un cobrador y no encontrar regalos, esperará hasta la llegada del siguiente. Sin embargo, si un cobrador al llegar se encuentra con que un colega suyo ya se encuentra esperando, abandonará el lugar inmediatamente, sin esperar su regalo.

- c) Si en un momento cualquiera Boris no tiene ningún regalo, y no hay ningún cobrador esperando, ¿cuánto será el tiempo de espera del siguiente cobrador hasta tomar un regalo e irse, en esperanza?
- d) Si en un momento cualquiera Boris solo cuenta con un regalo, ¿cuál es la probabilidad de que éste sea el escogido por el siguiente cobrador en llegar?

Problema 3 - Propuesto

Suponga que existe un terminal de buses exclusivo para viajar a la ciudad de Rancagua. Los pasajeros llegan a este terminal según un proceso de Poisson de tasa μ [personas/hora]. Se sabe, además, que en el terminal existen dos andenes, A y B, uno para cada servicio ofrecido para realizar el viaje. Suponga que una vez en el terminal, los pasajeros eligen el servicio A con probabilidad p , y el servicio B, con $1 - p$.

- a) ¿Cuál es la probabilidad que lleguen k pasajeros al andén B durante la primera hora? Y que lleguen más que k pasajeros? En promedio, cuántos pasajeros llegarán al andén B la primera hora?
- b) Si se sabe que en la primera hora han llegado 100 pasajeros al terminal, determine la probabilidad de que k de ellos hayan escogido el servicio A.
- c) Considerando nuevamente que llegaron 100 pasajeros en la primera hora, calcule la probabilidad que en la primera media hora hayan llegado k pasajeros al andén A.