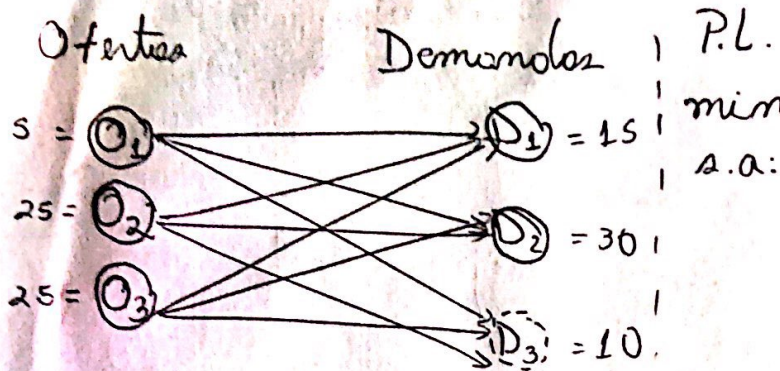


P1 1. Se dice un flujo que oferta = demanda, como no ocurre en este caso, creamos un nodo artificial que acumule la oferta sobrante.



P.L.

min

s.a:

$$X_{11} \cdot 9 + X_{12} \cdot 8 + 1 \cdot X_{21} + 10 \cdot X_{22} + 2X_{31} + 2X_{32}$$

$$X_{11} + X_{12} + X_{13} = 5$$

$$X_{21} + X_{22} + X_{23} = 25$$

$$X_{31} + X_{32} + X_{33} = 25$$

$$X_{11} + X_{21} + X_{31} = 15$$

$$X_{12} + X_{22} + X_{32} = 30$$

$$X_{13} + X_{23} + X_{33} = 10$$

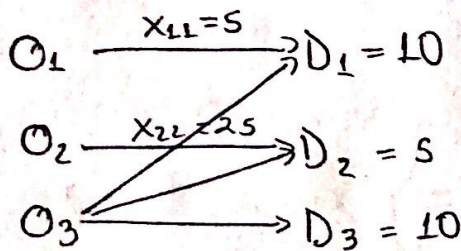
Ofertas

Demandas

$$X_{ij} \geq 0 \quad i=1,2,3; \quad j=1,2,3. \\ \in \mathbb{N}$$

2. Procedemos según método de Saturación (a los arcos elegidos se les asigne el máximo flujo posible)

$$\Rightarrow X_{11} = 5, \quad X_{22} = 25.$$



Saturando de arriba a abajo

$$X_{13} = 10, \quad X_{23} = 5, \quad X_{33} = 10.$$

$\Rightarrow$ SBF:

	D_1	D_2	D_3
O_1	5	0	0
O_2	0	25	0
O_3	10	5	10

3. Para ver si la SBF es óptima primero debemos calcular el Dual.

D) $\max u_1 \cdot 5 + u_2 \cdot 25 + u_3 \cdot 25 + v_1 \cdot 15 + v_2 \cdot 30 + v_3 \cdot 10$

s.a: $u_1 + v_1 \leq 9$

$u_1 + v_2 \leq 8$

$u_1 + v_3 \leq 0$

$u_2 + v_1 \leq 1$

$u_2 + v_2 \leq 10$

$u_2 + v_3 \leq 0$

$u_3 + v_1 \leq 2$

$u_3 + v_2 \leq 2$

$u_3 + v_3 \leq 0$

$y \in \mathbb{Z}$

$u_1, u_2, u_3 \rightarrow$ oferta
 $v_1, v_2, v_3 \rightarrow$ demanda.

Como suponemos que la SBF es óptima, buscaremos la solución del Dual con Teo. de holgura complementaria.

$x_{11}, x_{22}, x_{31}, x_{32}, x_{33}$ son básicas.

$\Rightarrow x_{ij} (C_{ij} - u_i - v_j) = 0$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \begin{cases} C_{11} - u_1 - v_1 = 0 \\ C_{22} - u_2 - v_2 = 0 \\ C_{31} - u_3 - v_1 = 0 \\ C_{32} - u_3 - v_2 = 0 \\ C_{33} - u_3 - v_3 = 0 \end{cases} & \Rightarrow \begin{cases} 9 - u_1 - v_1 = 0 \\ 0 - u_2 - v_2 = 0 \\ 2 - u_3 - v_1 = 0 \\ 2 - u_3 - v_2 = 0 \\ 0 - u_3 - v_3 = 0 \end{cases} \end{aligned}$$

$$\left. \begin{array}{l} u_3 = 0 \\ v_1 = 2, v_2 = 2 \\ u_1 = 9 - v_1 = 7 \\ u_2 = 10 - v_2 = 8 \\ v_3 = 0 \end{array} \right\}$$

ahora Podemos calcular los costos reducidos que dirán si la SBF es óptima!

OJO que es para las variables no básicas: $x_{12}, x_{13}, x_{21}, x_{23}$

Basta encontrar un costo reducido negativo para que no sea óptima.

Viendo para x_{12} : $C_{ij} - u_i - v_j = C_{12} - u_1 - v_2 = 8 - 7 - 2 = -1$
 $\Rightarrow$ No es óptima. $\Rightarrow$ La solución dual encontrada es infeasible.

c) La cota inferior la podemos obtener por dualidad débil.

$$\Rightarrow C^T X \geq b^T \begin{pmatrix} u \\ v \end{pmatrix}$$

debemos encontrar una solución factible del dual tomando que $u_1 = u_2 = u_3 = v_3 = 0$ nos quedan las siguientes desigualdades:

$$v_1 \leq 9, v_1 \leq 1, v_1 \leq 2 \rightarrow v_1 = 1$$

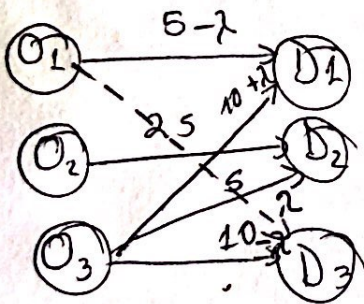
$$v_4 \leq 8, v_2 \leq 10, v_2 \leq 2 \rightarrow v_2 = 2$$

$$\Rightarrow \begin{pmatrix} u \\ v \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow b^T \begin{pmatrix} u \\ v \end{pmatrix} = 16 \cdot 1 + 30 \cdot 2 = 76$$

$$\Rightarrow C^T X \geq 76.$$

5. Incluiremos la variable x_{13}



$\Rightarrow$ le restamos λ a los arcos incidentes al nodo afectado y los arcos que salen del nodo de oferta. Le sumamos λ a los arcos que entran al nodo de demanda.

se debe cumplir que

$$\left. \begin{array}{l} 5 - \lambda \geq 0 \\ 10 + \lambda \geq 0 \\ 10 - \lambda \geq 0 \end{array} \right\} \lambda = 5$$

La nueva Base:

	D_1	D_2	D_3
O_1	0	0	5
O_2	0	2.5	0
O_3	1.5	5	5

P2 1. Sea p_i = periodo en que inicia la actividad i
 creamos los nodos artificiales s y t que representen
 el inicio de la primera actividad y el final de la última.

$$\min p_t - p_s$$

$$\text{s.a: } p_j - p_i \geq c_i \quad \forall (i,j) \in A.$$

2.

y su dual: $\max \sum_{(i,j) \in A} c_i f_{ij}$

$$\text{s.t: } \sum_{\{j | (j,i) \in A\}} f_{ji} - \sum_{\{j | (i,j) \in A\}} f_{ij} = b_i \quad \forall i$$

$$f_{ij} \geq 0 \quad \forall (i,j) \in A$$

que se obtiene mediante Dual-Lograngeano,
 Veremos como obtener este resultado más adelante
 en el curso

P3 Variable de decisión:

x_{ij}^{kl} = Cantidad de información de origen k y destino l que atraviesa el arco (i, j) .

PL.
$$\min \sum_{(i,j) \in A} \sum_{k=1}^n \sum_{l=1}^n c_{ij} \cdot x_{ij}^{kl}$$

a.a.
$$\sum_{\{j | (i,j) \in A\}} x_{ij}^{kl} - \sum_{\{j | (j,i) \in A\}} x_{ji}^{kl} = b_i^{kl}, \quad i, k, l = 1, \dots, n$$

$$\sum_{k=1}^n \sum_{j=1}^n x_{ij}^{kl} \leq u_{ij} \quad \forall (i,j) \in A.$$

$$x_{ij}^{kl} \geq 0.$$