MA4006-1 Combinatoria
Profesor: José Soto
Auxiliares: Vicente Salinas
Dudas: vicentesalinas@ing.uchile.cl

Auxiliar 2

9 de Agosto de 2019

P1. Pruebe combinatorialmente que los números $wcom(n.k)_{n,k\geqslant 0}$ satisfacen la siguiente recurrencia:

$$\forall n \geqslant k \geqslant 1: \ wcom(n,k) = wcom(n,k-1) + wcom(n-1,k)$$

con valores de borde, $wcom(0,k) = 1$, para $k \geqslant 0$ y $wcom(n,0) = 0$ para $n \geqslant 1$
Pruebe combinatorialmente que los números $com(n.k)_{n,k\geqslant 0}$ satisfacen la siguiente recurrencia:

$$\forall n \geqslant k \geqslant 1: \ com(n,k) = com(n-1,k-1) + com(n-1,k)$$

con valores de borde, $com(0,0) = 1$ y $com(n,0) = com(0,k) = 0$ para $n,k \geqslant 1$

P2.
a) Un dado es lanzado cuatro veces. ¿Cuál es la probabilidad de que todos los lanzamientos, salvo el primero, sean al menos tan grandes como el anterior?

b) Cuente las formas de repartir n dulces entre k amigos de manera que a cada amigo le toque al menos un dulce.

c) Suponga que compra n bolsas de papas fritas de distinto sabor,donde cada bolsa contiene n papas.¿De cuantas maneras puede consumir sus n^2 papas?
Obs: Asuma que las papas del mismo sabor son indistinguibles.

P3. Sean $k, n, m \in \mathbb{N}$, demuestre de forma combinatorial las siguientes identidades

a) $k!\binom{n}{k} = n^{\underline{k}}$ *b)* $k!\left(\binom{n}{k}\right) = n^{\overline{k}}$ *c)* $\left(\binom{n+1}{k}\right) = \left(\binom{k+1}{n}\right)$

$n^{\overline{k}}$:= Formas de repartir k personas en n filas.

P4. Cuantas secuencias de números naturales menores o iguales que n y mayores o iguales que 1, cumplen las siguientes 2 propiedades al mismo tiempo:

a) Son estrictamente crecientes

b) No tienen números consecutivos

[Propuesto]

Usando el abecedario español (27 letras) se quieren hacer palabras con y sin sentido con las siguientes 2 reglas:
i) Usando todas las letras del abecedario una única vez
ii) Que no contengan dos vocales consecutivas.

José y Martín se disputan terrenos en un polígono regular de n lados. Para poner n a sus problemas cada uno elegira tres vertices del polígono y se cercara el terreno al interior del triángulo que se forma, evidentemente estos vertices deben ser escogidos de manera de que sus terrenos no se intersecten. ¿De cuántas maneras José y Martín pueden repartir los terrenos?
Obs: Note que si bien no pueden compartir el interior de los triángulos si pueden compartir las caras.