

MA4006-1 Combinatoria**Profesor:** José Soto**Auxiliares:** Vicente Salinas**Dudas:** vsalinas@dim.uchile.cl**Auxiliar 4**

23 de Agosto de 2019

P1. Sea $F(n)$ el número de particiones de $[n]$ sin bloques de tamaño 1, demuestre que:

$$B(n) = F(n+1) + F(n)$$

P2. Considere $L(n, k)$ los números de Lah sin signo ($L(n, k)$ denota el número de maneras de particionar n personas en k filas indistinguibles de manera sobreyectiva.), pruebe de manera combinatorial que:

$$m^{\bar{n}} = \sum_{k=0}^n L(n, k) m^k$$

P3. Un descenso en una permutación σ es un índice i tal que $\sigma(i) > \sigma(i+1)$. Los número Eulerianos $A(n, k)$ cuentan el número de permutaciones de $[n]$ con $k-1$ descensos.

Demuestre las siguientes propiedades de los números Eulerianos:

a) $A(n, n) = A(n, 1) = 1$

b) $A(n, k) = A(n, n-k+1)$

c) $A(n, k+1) = (k+1)A(n-1, k+1) + (n-k)A(n-1, k)$ para $n \geq k \geq 1$.

d) $r!S(n, r) = \sum_{k=0}^r A(n, k) \binom{n-k}{r-k}$

P4. Encuentre el cardinal del siguiente conjunto en función de k , m y n

$$\{(x_1, \dots, x_m) \in [n]^m \mid x_i \leq x_{i+1}, \forall i \in [k], x_j < x_{j+1}, \forall j \in [n-1] \setminus [k]\}$$

P5. Pruebe de manera combinatorial que:

$$\sum_{j=0}^k \binom{k}{j} S(n, j) j! = k^n$$

P6. Encuentre el número de caminos crecientes en el plano desde $(0, 0)$ hasta $(4n, 4n)$, que no pasan por (n, n) , $(2n, 2n)$ ni $(3n, 3n)$.