

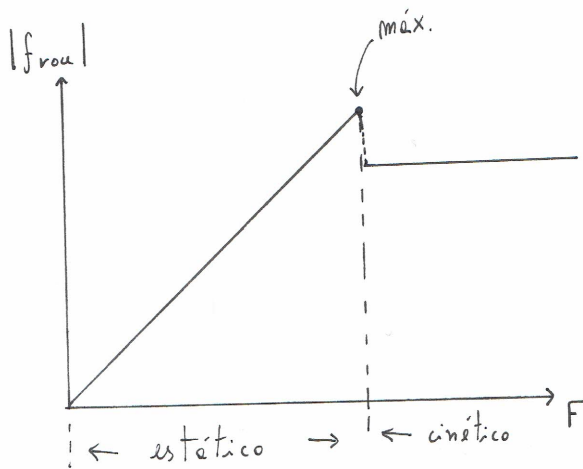
Parte Aux #7

Resumen:

• fuerza de roce: Hay dos tipos a estudiar

→ estático: se opone al deslizamiento entre superficies

→ cinético: se opone al movimiento entre superficies



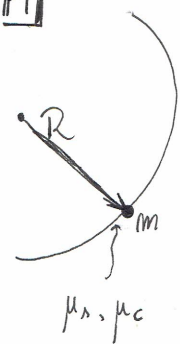
• $f_r \text{ estático} \leq \mu_e N$ ↙ coef. roce estático
↙ normal superficie de contacto

• $f_r \text{ cinético} = \mu_c N$ ↙ coef. roce cinético

* en el caso crítico se tiene que $f_r \text{ estático} = \mu_e N$

* note que μ_e y μ_c son dimensionales

P1

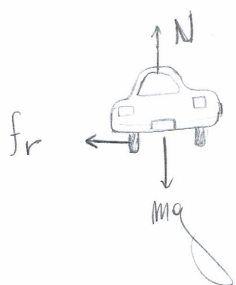


¿ v_{max} del auto?

→ ¿por qué el auto no podría completar una vuelta con éxito?

→ se mueve como MCU → ¿qué genera la fuerza centrípeta?

D.C.L del auto: (* no se dibujan)



fuerzas actuando sobre el auto son:

- normal: fuerza que ejerce el suelo sobre el auto
- Peso
- fuerza de roce (fr)

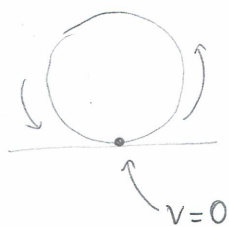
→ esto indica que la fuerza de roce hace el papel de fuerza centrípeta

→ ¿roce cinético o estático?

El punto de contacto entre el pavimento y la rueda no se "desliza", tiene rapidez nula

luego no hay movimiento relativo entre las superficies

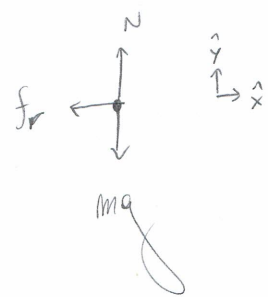
⇒ actúa el roce estático



$$f_r \leq \mu_s N$$

⇒ nuestro caso límite: $f_r = \mu_s N$ → por esto se habla de $v_{máxima}$

De nuestro DCL:



en los ejes:

$$\hat{y} \quad N - mg = 0 \rightarrow \text{ye que no hay movimiento en } \hat{y}$$

$$\hat{x} \quad -f_r = m \cdot a = -m \cdot a_c$$

↖ aceleración centípeta

$$\Rightarrow f_r = m \cdot \frac{v^2}{R}$$

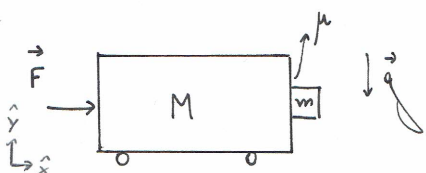
$$f_r = \mu \cdot N = \mu_s mg$$

$$\therefore v_{\max} = \sqrt{\frac{f_r \cdot R}{m}} = \sqrt{\mu_s g R}$$

si $v > v_{\max}$ desearía y no se daría una vuelta exitosamente

↳ notar que v_{\max} depende de g

⇒ esto quiere decir, por ejemplo, que en la Luna este v_{\max} es menor (luego es más fácil que el auto se deslice)



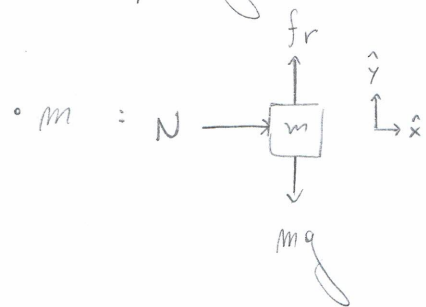
¿F para que m no caiga?

↳ intuición: si \vec{F} fuera nula, la masa caería

⇒ \vec{F} hará que M empuje a m → habrá una fuerza normal ⇒ roce entre las masas

DCL:

¿qué fuerzas están actuando sobre ... ?



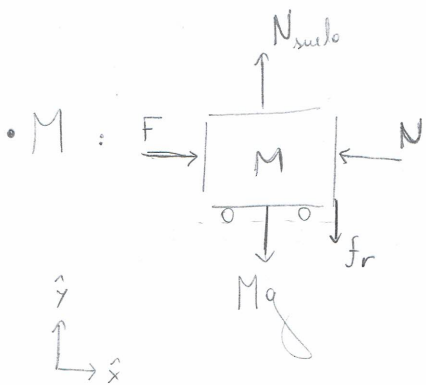
- Normal: fuerza que ejerce M sobre m

- Fuerza de roce f_r : se enfrenta del movimiento (en este caso en contra a la caída)

- Peso

↳ en el eje \hat{x} $N = m \cdot a_m$ (1) ↑ aceleración de la masa m

\hat{y} $f_r - mg \stackrel{!}{=} 0$ (2) ↑ imponemos que es igual a 0 es decir, no se mueve en este eje.



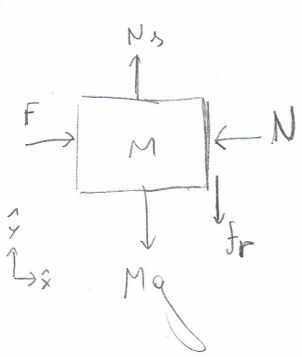
- N: fuerza que ejerce m sobre M

- N_{suelo} : fuerza que ejerce el suelo sobre M

- F

- Peso

- Fuerza de roce f_r : opuesta a la aplicada a m.



en el eje: \leftarrow aceleración de la masa M

$$\hat{x} \mid F - N = M \cdot a_M \quad (3)$$

$$\hat{y} \mid N_s - Mg - f_r = 0 \quad \leftarrow \text{pues no se mueve en el eje } \hat{y}$$

\leftarrow no es por que no tenemos información de N_s (solo)

En resumen, tenemos las sigtes. ecuaciones:

$$1) N = m \cdot a_m$$

$$3) F - N = M \cdot a_M$$

$$2) f_r - mg = 0$$

\rightarrow Recordemos que $f_r \leq \mu_e N \rightarrow$ luego el caso límite es cuando $f_r = \mu_e N$

\Rightarrow (2) se puede reescribir como: $\mu \cdot N = mg \quad (4)$

\rightarrow Luego nuestra única incógnita es la normal.

\rightarrow notemos que $a_m = a_M = a \rightarrow$ es fácil apreciar que ambos cuerpos tienen la misma aceleración

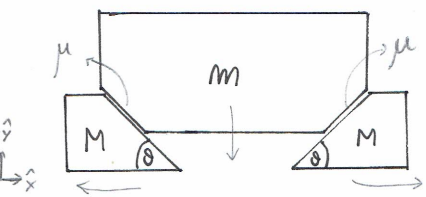
De este manera, al juntar (1) y (3):

$$a = \frac{N}{m} = \frac{F - N}{M} \Rightarrow N \left(\frac{1}{m} + \frac{1}{M} \right) = \frac{F}{M} \rightarrow N = \frac{F \cdot m}{M + m}$$

Reemplazando en (4): $\mu \cdot \left(\frac{F \cdot m}{M + m} \right) = mg$

$$\therefore F_{\text{mínima}} = g \frac{(M + m)}{\mu}$$

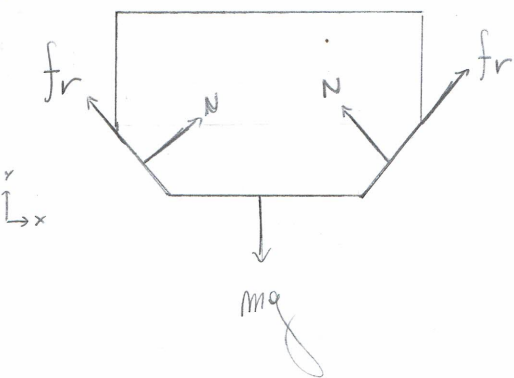
↳ le complice



¿ aceleración de m ?

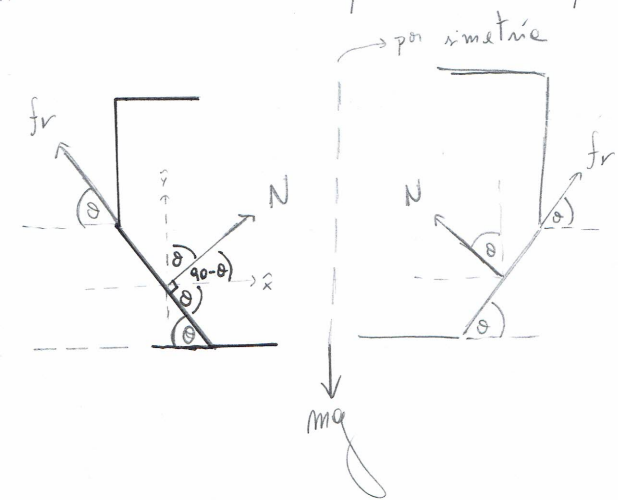
DCL: ¿ qué fuerzas están actuando sobre ... ?

m :



- peso
- fuerzas de roce
- normales : fuerzas que ejercen las cuñas sobre m

necesitamos descomponer las fuerzas, así que analicemos la geometría:



en los ejes :

$$\hat{x} \quad -f_r \cos \theta + N \sin \theta - N \sin \theta + f_r \cos \theta = 0$$

$0 = 0 \rightarrow$ no nos dice nada

$$\hat{y} \quad f_r \sin \theta + N \cdot \cos \theta + N \cdot \cos \theta + f_r \sin \theta - mg = m \cdot a_m$$

pero no se mueve en x

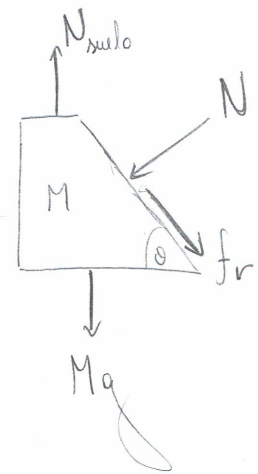
$$\Rightarrow m \cdot a_m = 2 f_r \sin \theta + 2 N \cos \theta - mg \quad \rightarrow \text{sabemos que } f_r = \mu N$$

↑ aceleración de la masa m

incógnitas : - a_m
- N

$$\therefore m \cdot a_m = 2 N (\mu \sin \theta + \cos \theta) - mg$$

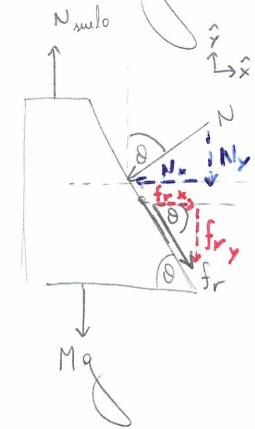
DCL sobre la cuña:



Fuerzas actuando:

- normal: fuerza de m sobre la cuña
 - normal-suelo: fuerza que ejerce el suelo sobre la cuña
 - fuerza de roce (f_r) \rightarrow opuesta a la f_r que siente m!
 - peso
- \dot{C} por qu? acci3n-reacci3n

\rightarrow analizando geom?tricamente:



en los ejes:

$$\hat{y} \parallel N_{suelo} - Mg - N \cos \theta - f_r \sin \theta = 0 \leftarrow \text{no nos sirve, pues equilibro } N_{suelo}$$

$$\hat{x} \parallel f_r \cos \theta - N \sin \theta = M \cdot a_M \rightarrow \text{como } f_r = \mu N$$

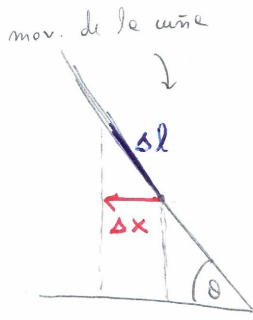
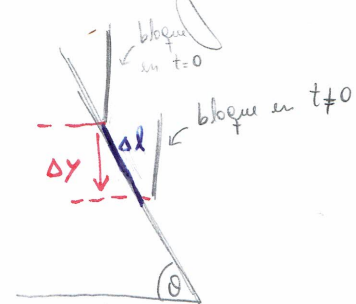
$$\Rightarrow N(\mu \cos \theta - \sin \theta) = M \cdot a_M \rightarrow \text{inc3gnita: } \begin{matrix} - a_M \\ - N \end{matrix}$$

\downarrow aceleraci3n
mase M

Pero el movimiento de la cuña no es independiente del bloque m!

\rightarrow esto cuesta verlo! noten que la cuña se mueve en \hat{x} y el bloque en \hat{y}

de la siguiente manera:



$$\tan \theta = \frac{\Delta y}{\Delta x} \cdot \frac{1/st^2}{1/st^2}$$

$$\Rightarrow \tan \theta = \frac{a_m}{a_M} \leftarrow \begin{matrix} \text{bloque} \\ \text{cuña} \end{matrix} !!$$

Bloque

Cuña

En resumen, tenemos:

$$N(\mu \cos \theta - \sin \theta) = M \cdot a_m \quad (1)$$

$$2N(\mu \sin \theta + \cos \theta) - mg = m \cdot a_m \quad (2)$$

$$\tan \theta = \frac{a_m}{a_M} \quad (3)$$

$$\text{De (1): } N = \frac{M a_m}{\mu \cos \theta - \sin \theta} \xrightarrow{(3)} N = \frac{M a_m}{\tan \theta (\mu \cos \theta - \sin \theta)}$$

Reemplazando en (2):

$$a_m = 2 \frac{N}{m} (\mu \sin \theta + \cos \theta) - g = 2 \frac{M}{m} \left(\frac{\mu \sin \theta + \cos \theta}{\mu \cos \theta - \sin \theta} \right) \frac{a_m}{\tan \theta} - g$$

$$\Rightarrow a_m \left(1 - 2 \frac{M}{m} \left(\frac{\mu \sin \theta + \cos \theta}{\mu \cos \theta - \sin \theta} \right) \cdot \frac{\cos \theta}{\sin \theta} \right) = -g$$

$$\therefore a_m = -g \left[1 - 2 \frac{M}{m} \left(\frac{\mu \sin \theta + \cos \theta}{\mu \cos \theta - \sin \theta} \right) \frac{\cos \theta}{\sin \theta} \right]^{-1}$$

↑ es negativa pues va bajando y cada vez más rápido
(intuitivamente está bien)

* se puede probar que $a_m = 0$ si $\mu = \tan \theta$