

Auxiliar #2

Cinemática

Profesor: Patricio Aceituno

Auxiliares: Nicolás Guerra, Mauricio Rojas, Edgardo Rosas C.

P1) Trayectoria de una Partícula

La trayectoria que sigue una partícula está dada por el vector posición:

$$\vec{r}(t) = (a_1 \cdot \cos(\omega t), a_2 \cdot \sin(\omega t), 0).$$

- Encuentre la velocidad y aceleración de la partícula.
- Encuentre la ecuación $f(x, y, z) = 0$ del lugar geométrico que describe el movimiento de la partícula. Además, bosqueje este lugar geométrico, y los 3 vectores, es decir, $\vec{r}(t)$, $\vec{V}(t)$ y $\vec{a}(t)$.
- ¿Qué condiciones deben cumplirse para que la rapidez de la partícula sea constante? Evalúe $\vec{a}(t)$ para este caso y comente.

P2) Volantín, volantín

Un niño está jugando con un volantín, cuyo carrete tiene radio R . Inicialmente, éste se encuentra a una altura h sobre la posición del carrete, y sube verticalmente con una rapidez V_0 constante, como se ve en la figura. Si en dicho instante se han desenrollado L metros de hilo, determine con qué velocidad angular gira el carrete, en función del tiempo.

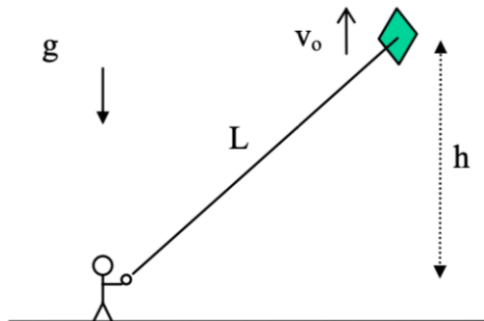


Figura 1: Niño con su volantín

P3) Espiral en esféricas

Considere una curva espiral descrita en coordenadas esféricas por las ecuaciones:

$$r = R, \phi = N\theta$$

donde R y N son constantes conocidas (N entero par). Una partícula se mueve sobre la espiral, partiendo desde el polo superior ($\theta = 0$), y manteniendo una velocidad angular cenital constante conocida $\dot{\theta} = \omega_0$.

- Utilizando coordenadas esféricas, escriba los vectores velocidad y aceleración para una posición arbitraria de la partícula sobre su trayectoria.
- Determine el valor del radio de curvatura de la trayectoria en el ecuador. ($\theta = \frac{\pi}{2}$)
- Encuentre una expresión para la longitud total de la espiral y para el tiempo que la partícula tarda en recorrerla. Puede dejar integrales expresadas.

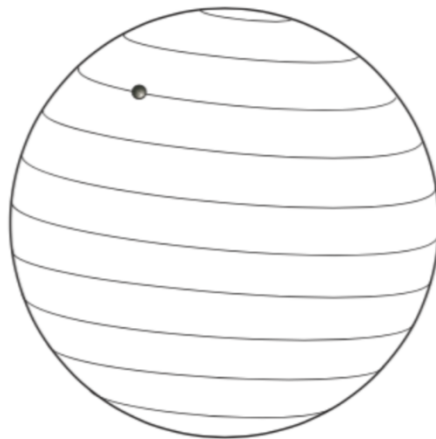


Figura 2: Espiral sobre una esfera