

## Auxiliar #4

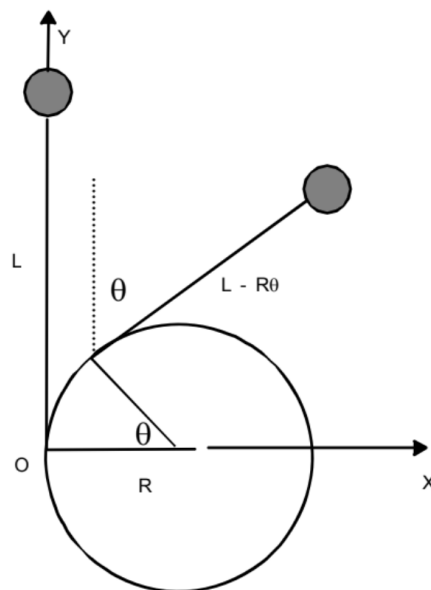
### Cinemática

Profesor: Patricio Aceituno

Auxiliares: Nicolás Guerra, Mauricio Rojas, Edgardo Rosas C.

### P1) Hilo en un Cilindro

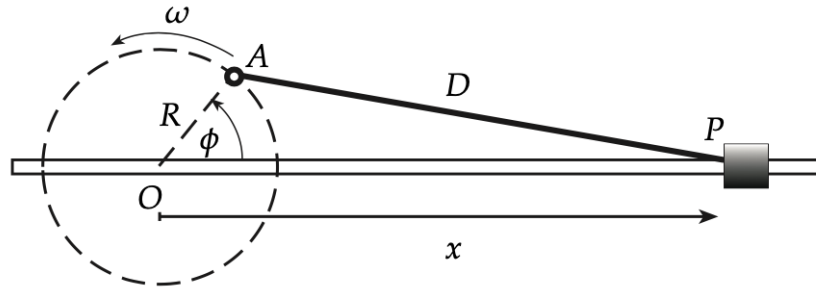
Sobre una mesa horizontal sin roce, hay un cilindro fijo de radio  $R$ . Una partícula está unida mediante un hilo de largo  $L$  a un punto  $O$  del cilindro, como se indica en la figura. Se le da a la partícula una velocidad inicial  $V_0$  perpendicular al hilo, por lo que el hilo empieza a enrollarse sobre el cilindro. La rapidez de la partícula permanece constante.



- Determine las coordenadas cartesianas de la partícula en función de  $\theta$ .
- Determine las componentes de la velocidad de la partícula en función de  $\theta$  y  $\dot{\theta}$ .
- De la condición de rapidez constante, determine  $\dot{\theta}$  en función de  $\theta$ .
- Integre y obtenga  $\theta(t)$  antes de que la partícula choque con el cilindro.

## P2) Pistón

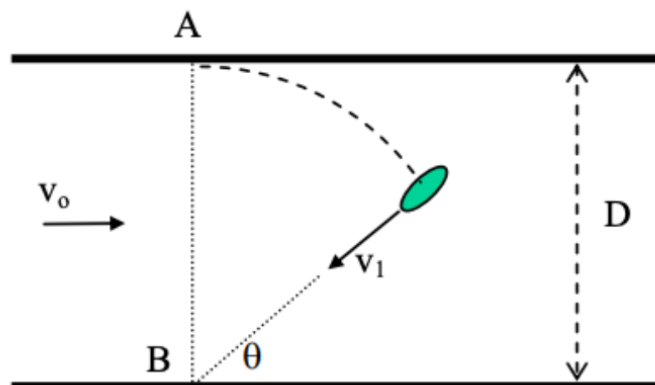
El punto de unión  $P$  entre un pistón y una biela de largo  $D$  se mueve a lo largo del eje  $x$  debido a que el cigüeñal (disco), de radio  $R$  y centro en un punto fijo  $O$ , rota a velocidad angular constante  $\omega$ . En el instante  $t = 0$  la biela está horizontal:  $\phi = 0, x = R + D$ .



- Encuentre una expresión para  $x(t)$  entre  $P$  y  $O$ .
- Encuentre la velocidad  $v(t)$ .
- En la expresión para  $v(t)$ , considere el caso  $R \ll D$ . Luego encuentre una expresión aproximada para la aceleración de  $P$ .  
¿Cómo se compara la magnitud de la aceleración máxima del pistón con la aceleración del punto  $A$ ?

## P3) Bote en un Río

Un botero cruza un río de ancho  $D$  partiendo desde el punto  $A$  con el objetivo de alcanzar la orilla opuesta justo en la posición opuesta al otro lado del río (punto  $B$ ). La velocidad del agua es  $V_0$ , que se supone constante en todo el punto del río. El botero imprime al bote una velocidad  $V_1$  relativa al agua, apuntando siempre hacia el punto donde desea llegar (punto  $B$ ).



Determine la ecuación de la trayectoria del bote, en un sistema de coordenadas  $x, y$  cuyo origen se localiza en  $B$  y donde el eje  $x$  apunta en la dirección de movimiento de las aguas, y el eje  $y$  en

la dirección hacia el punto A, tal que ambas coordenadas dependan del ángulo  $\theta$ . Para resolverlo siga los siguientes pasos:

- a) Escriba  $\dot{x}(\theta)$  e  $\dot{y}(\theta)$ .
- b) Note que existe una función trigonométrica que relaciona  $x$ ,  $y$  y  $\theta$ . Derive esta función y reemplace en la parte a).
- c) Resuelva la EDO para  $y(\theta)$ . Luego encuentre  $x(\theta)$  y concluya.

Integrales útiles:

$$\int \frac{d\theta}{\operatorname{sen}\theta} = \ln\left[\tan\left(\frac{\theta}{2}\right)\right]$$

$$\int \frac{f'(t)}{f(t)} dt = \ln[f(t)]$$