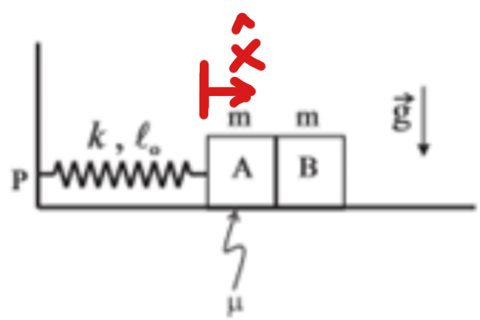
Solución Tarea # 3

Profesor: Patricio Aceituno
Auxiliares: Nicolás Guerra, Mauricio Rojas, Edgardo Rosas C.

Dos bloques A y B de igual tamaño y masa (m c/u) se encuentran sobre una superficie horizontal. Sólo existe roce entre el bloque A y la superficie, caracterizado por coeficientes de roce estático y cinéticos iguales a μ. El bloque A se encuentra unido a un punto fijo P, a través de un resorte de largo L_0 y constante elástica k.

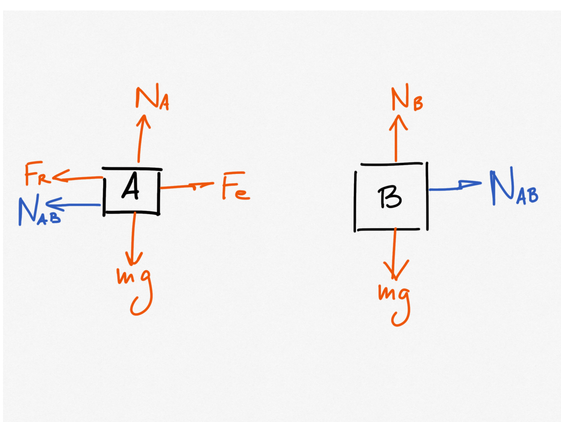


a) Determinar la distancia máxima δ desde la posición en la cual el resorte no está deformado, de modo que al colocar los bloques en esa posición éstos permanezcan en reposo.

SOLUCIÓN:

Lo primero es lo primero: seteamos el sistema de referencia, el eje x, en el largo natural del resorte. (Setearlo en la muralla también es correcto. Cambian levemente los resultados pero el procedimiento es el mismo).

Ahora, dibujamos los DCLs:



La fuerza elástica apunta a la derecha, porque como estamos suponiendo que el resorte está comprimido, está queriendo empujar al bloque A hacia allá.
La fuerza de roce vale: $F_{Roce} = \mu N = \mu mg$.

Las ecuaciones de movimiento son:

Para el bloque A:

$$m\ddot{x} = -kx - N_{AB} - \mu mg$$

Para el bloque B:

$$m\ddot{x} = N_{AB}$$

donde N_{AB} es la fuerza de interacción entre los bloques (azul en el dibujo).

Si los bloques están en reposo, la ecuación B queda: $0 = N_{AB}$, y usando este resultado en la ecuación A:

$$0 = -k\delta - \mu mg$$

De aquí despejamos δ:

$$\boxed{\delta = \frac{\mu mg}{k}}$$

O sea, si comprimimos el resorte en δ y lo soltamos ahí, las masas se mantienen en reposo.

b) Si los bloques se liberan desde el reposo desde una posición en la cual el resorte está comprimido en 2δ, determine la velocidad final del bloque B.

SOLUCIÓN:

Primero encontremos en qué punto los bloques se separan (x_s, x de separación): Para que esto pase, la normal entre estos debe hacerse 0: $N_{AB} = 0$

Considerando esto, restemos las ecuaciones de movimiento, o sea, la ecuación de A menos la de B:

$$0 = -kx_s - \mu mgx_s = -\frac{\mu mg}{k} = -\delta$$

Encontramos que se separan en $x = -\delta$. Esto quiere decir que el movimiento en el que se desplazan juntos es entre -2δ y $-\delta$.

Ahora, desde la ecuación de movimiento del bloque A, integramos para encontrar la velocidad:

$$m\ddot{x} = -kx - N_{AB} - \mu mg$$

Como dijimos antes, consideramos la normal igual a 0.

$$m\ddot{x} = -kx - \mu mg$$

Aplicamos el trucazo de las integrales cochinas: $\ddot{x} = \frac{d\dot{x}}{dx}\dot{x}$ e integramos.

Los límites para la integral de $\dot{x}$ son 0, porque parte desde el reposo y $\dot{x}$, que es lo que buscamos.

Por otro lado, como ya calculamos, el movimiento va desde -2δ hasta $-\delta$, entonces estos serán los límites para la integral de x.

$$\int_0^{\dot{x}} m\dot{x}d\dot{x} = \int_{-2\delta}^{-\delta} -kx - \mu mgdx$$

Resolvemos y llegamos a:

$$\boxed{\dot{x}^2 = \frac{3k\delta^2}{m} - 2\mu g\delta = \frac{\mu^2 mg^2}{k}}$$

c) Para la condición de b), determine la magnitud de la fuerza de interacción entre los dos bloques en función de la deformación del resorte para cualquier posición antes de que ellos se separen.

SOLUCIÓN:

Si restamos ambas ecuaciones de movimiento, nos queda:

$$0 = -kx - 2 \cdot N_{AB} - \mu \cdot mg$$

De aquí despejamos la normal:

$$\boxed{N_{AB} = \frac{-kx - \mu mg}{2}}$$

Eso es todo c:

Obviamente, esta no es la única forma de resolver el problema. Existe un enfoque cinemático también, en el que se pueden dar una solución en forma de seno, coseno o exponencial y trabajar con eso. Ambos caminos están bien y llevan a los mismos resultados.