Auxiliar 4

Integral de linea y campos conservativos

24 de abril de 2020

Profesor: Michal Kowalczyk
Auxiliares: Camilo Gomez, Javiera Palominos, Camilo Ramírez

P1 Considere el campo vectorial $\mathbf{F}(x,y) = y\hat{x} + x\hat{y}$, calcule la integral de trabajo para la curva de la figura 1:

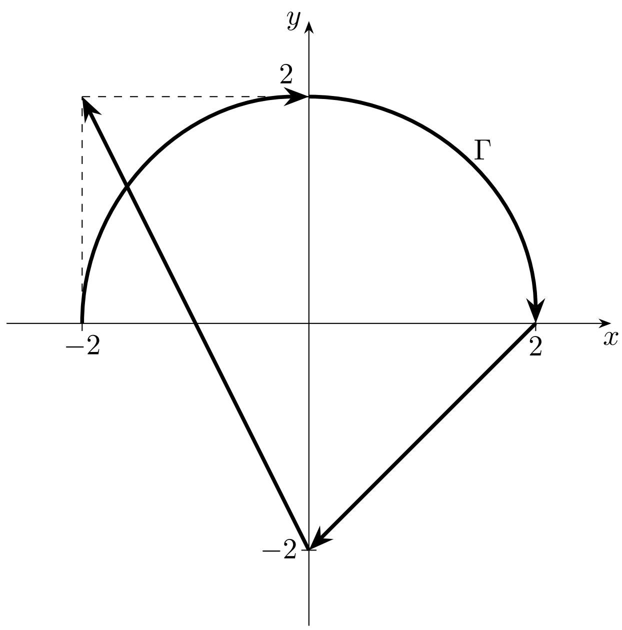

Figura 1: Curva Γ

P2 Calcule la siguiente integral:

$$\int_{\Gamma} x^2 y \,\mathrm{d}x + 2y \,\mathrm{d}y + x \,\mathrm{d}z$$

a lo largo del camino cerrado Γ limitado por los arcos Γ_1, Γ_2, Γ_3 dados por las ecuaciones:

$$\Gamma_1 = \begin{cases} x^2+y^2+z^2=1 \\ x=0 \\ y\geq 0,\ \ z\geq 0 \end{cases} \qquad \Gamma_2 = \begin{cases} 2x+z=1 \\ y=0 \\ x\geq 0,\ \ z\geq 0 \end{cases} \qquad \Gamma_3 = \begin{cases} 4x^2+y^2=1 \\ z=0 \\ y\geq 0,\ \ x\geq 0 \end{cases}$$

P3 Sea el campo vectorial $\vec{F}$ definido por

$$\vec{F}(x,y,z) = \left(x \cdot e^{x^2+y^2+z^2} + \frac{x}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}},\ y \cdot e^{x^2+y^2+z^2} + \frac{y}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}},\ z \cdot e^{x^2+y^2+z^2} + \frac{z}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}} \right)$$

Calcule $\displaystyle\int_\Gamma \vec{F} \cdot d\vec{r}$, donde Γ es la hélice que une los puntos $P(1,0,0)$ y $Q(1,0,1)$, recorridos en este orden, al dar exactamente una vuelta.

Ind. Puede ser útil recordar que $\displaystyle\int u e^{u^2}\, \mathrm{d}u = \frac{e^{u^2}}{2} + C$.