

FI1100 Introducción a la Física Moderna
Departamento de Física



Pauta P1A y P1B Control 2

14 de noviembre de 2020

A. a)

$$t_{idayvuelta} = 0,06 \text{ s} \implies t_{ida} = \frac{0,06}{2} = 0,03 \text{ s}$$

(1 pto.)

Luego, por cinemática:

$$v = \frac{d}{t} \iff d = vt$$

Usando $v = 1,48 \text{ km/s} = 1,48 \cdot 10^3 \text{ m/s}$ (por enunciado) y el tiempo calculado antes:

$$d = 0,03 \cdot 1,48 \cdot 10^3 = 44,4 \text{ m}$$

(1 pto.)

b) Como la frecuencia percibida es menor a la frecuencia emitida, quiere decir que el submarino se está alejando del buque, i.e. está bajando (**2 ptos.**). Luego, debemos considerar 2 instancias en que ocurre efecto Doppler: Cuando la señal va del buque al submarino, y cuando ésta rebota y va del submarino al buque.

- Buque \rightarrow Submarino: Usamos la expresión para efecto Doppler $f' = \frac{c - v_{sub}}{c} f$ (restamos v_{sub} en el numerador pues el submarino es el oyente que se aleja).
- Submarino \rightarrow Buque: Usamos la expresión para efecto Doppler $f'' = \frac{c}{c + v_{sub}} f'$ (sumamos v_{sub} en el denominador pues el submarino ahora es la fuente que se aleja).

Reemplazando f' en f'' :

$$f'' = \frac{c}{c + v_{sub}} \frac{c - v_{sub}}{c} f$$

$$\iff f'' = \frac{c - v_{sub}}{c + v_{sub}} f$$

$$\iff v_{sub} = \frac{f - f''}{f + f''} c$$

Reemplazando $f'' = 19,979 \text{ MHz} = 19,979 \cdot 10^6 \text{ Hz}$, $f = 20 \text{ MHz} = 20 \cdot 10^6 \text{ Hz}$ y $c = 1,48 \cdot 10^3 \text{ m/s}$:

$$\implies v_{sub} = \frac{20 \cdot 10^6 - 19,979 \cdot 10^6}{20 \cdot 10^6 + 19,979 \cdot 10^6} \cdot 1,48 \cdot 10^3$$

$$\iff v_{sub} = 0,777 \text{ m/s}$$

(2 ptos.)

B. a)

$$t_{idayvuelta} = 0,08 \text{ s} \implies t_{ida} = \frac{0,08}{2} = 0,04 \text{ s}$$

(1 pto.)

Luego, por cinemática:

$$v = \frac{d}{t} \iff d = vt$$

Usando $v = 1,54 \text{ km/s} = 1,54 \cdot 10^3 \text{ m/s}$ (por enunciado) y el tiempo calculado antes:

$$d = 0,04 \cdot 1,54 \cdot 10^3 = 61,6 \text{ m}$$

(1 pto.)

b) Como la frecuencia percibida es menor a la frecuencia emitida, quiere decir que el submarino se está alejando del buque, i.e. está bajando (**2 ptos.**). Luego, debemos considerar 2 instancias en que ocurre efecto Doppler: Cuando la señal va del buque al submarino, y cuando ésta rebota y va del submarino al buque.

- Buque \rightarrow Submarino: Usamos la expresión para efecto Doppler $f' = \frac{c - v_{sub}}{c} f$ (restamos v_{sub} en el numerador pues el submarino es el oyente que se aleja).
- Submarino \rightarrow Buque: Usamos la expresión para efecto Doppler $f'' = \frac{c}{c + v_{sub}} f'$ (sumamos v_{sub} en el denominador pues el submarino ahora es la fuente que se aleja).

Reemplazando f' en f'' :

$$f'' = \frac{c}{c + v_{sub}} \frac{c - v_{sub}}{c} f$$

$$\iff f'' = \frac{c - v_{sub}}{c + v_{sub}} f$$

$$\iff v_{sub} = \frac{f - f''}{f + f''} c$$

Reemplazando $f'' = 39,958 \text{ MHz} = 39,958 \cdot 10^6 \text{ Hz}$, $f = 40 \text{ MHz} = 40 \cdot 10^6 \text{ Hz}$ y $c = 1,54 \cdot 10^3 \text{ m/s}$:

$$\implies v_{sub} = \frac{40 \cdot 10^6 - 39,958 \cdot 10^6}{40 \cdot 10^6 + 39,958 \cdot 10^6} \cdot 1,54 \cdot 10^3$$

$$\iff v_{sub} = 0,808 \text{ m/s}$$

(2 ptos.)

Problema PIC - PID

Datos: Drone $\vec{v}_D = v_D \hat{x}$ $v_D > 0$
OVNI $\vec{v}_O = v_O \hat{x}$ $v_O \geq 0$

v_D : frecuencia de señal emitida por dron

v_D^e : frecuencia recibida (eco) por dron

$$v_D^e > v_D$$

Alternativas de solución

A. Solución estándar

A partir de expresión que relaciona las frecuencias para fuente y receptor en movimiento:

$$v_r = v_f \left[\frac{v_s \pm v_r}{v_s \mp v_f} \right]$$

$v_r \equiv$ frecuencia ^{en} receptor que se mueve con v_r

$v_f \equiv$ frecuencia ^{en} fuente que se mueve con v_f

$v_s \equiv$ velocidad del sonido

"signo superior": fuente y receptor se acercan el uno hacia el otro

"signo inferior": fuente y receptor se alejan el uno del otro

Cálculo en 2 pasos: suposición $\vec{v}_O = -v_O \hat{x}$; $v_O > 0$

i) frecuencia v_O que mide OVNI a partir de frecuencia que emite dron

$$v_O = v_D \left[\frac{v_s + v_O}{v_s - v_D} \right]$$

ii) frecuencia del eco que se mide en el dron

$$v_D^e = v_O \left[\frac{v_s + v_D}{v_s - v_O} \right]$$

Entonces, relación entre frecuencia de señal emitida por dron (v_D) y el eco recibido (v_D^e):

$$v_D^e = v_D \left[\frac{v_s + v_D}{v_s - v_D} \right] \left[\frac{v_s + v_D}{v_s - v_D} \right]$$

Llamando $X \equiv \frac{v_D}{v_s} \Rightarrow \frac{1+X}{1-X} = A \equiv \frac{v_D^e}{v_D} \left[\frac{1 - \frac{v_D}{v_s}}{1 + \frac{v_D}{v_s}} \right]$

$$\Rightarrow v_D = \left(\frac{A-1}{A+1} \right) v_s$$

Tomando $v_s = 344 \text{ [m/s]}$

PIC

$$v_D = -9.2 \text{ [m/s]}$$

\Rightarrow OVNI se mueve según $+X$ dron y OVNI se acercan el uno al otro porque $v_D > v_0$ (dron alcanza a OVNI)

P2D

$$v_D = -1.77 \text{ [m/s]}$$

\Rightarrow misma conclusión pero

Puntaje

en este enfoque, el problema está centrado en aplicar correctamente la fórmula de las frecuencias. En particular identificar correctamente los signos

- 4 puntos en calcular correctamente rapidez OVNI
- 2 pts en la interpretación (validen interpretación si es coherente con v_0 y a pesar que v_0 sea incorrecta)

B. Solución intuitiva

a) notar que lo relevante para determinar cambio de frecuencia, cuando drone y OVNI se mueven, es la velocidad relativa entre ellos

si OVNI se moviera con igual velocidad que drone,
 $\Rightarrow v_D^e = v_D$ (no habría cambio de frecuencia)

Pero medición indica $v_D^e > v_D$

\Rightarrow para el drone ^{significa} que alguien se acerca a él.

Entonces, el OVNI se mueve en la misma dirección del drone (+x) pero con menor rapidez o en dirección contraria (-x)

b) de los datos se conoce que existe un cambio de frecuencia $\Delta v = v_D^e - v_D = \begin{cases} 9 \text{ kHz en PIC} \\ 10 \text{ kHz en PID} \end{cases}$

cuando el OVNI se mueve relativo al drone

veamos que ocurre (cuál tenía la frecuencia del eco) si el ~~drone~~ OVNI está estacionario ($v_0 = 0$):

$$v_0 = \frac{v_s}{v_s - v_D} v_D \quad \text{y} \quad v_D^e = v_0 \frac{v_s + v_D}{v_s}$$

$$\Rightarrow v_D^{(e)} = v_D \frac{v_s + v_D}{v_s - v_D} = \begin{cases} 115 \text{ kHz en PIC} \\ 90.9 \text{ kHz en PID} \end{cases}$$

$$\therefore \Delta v = \begin{cases} 15 \text{ kHz en PIC} \\ 0.9 \text{ kHz en PID} \end{cases}$$

Y también sabemos que $\Delta v = 0$ cuando ~~drone~~ OVNI viaja a la misma velocidad que el drone

\therefore la diferencia de frecuencias observadas está entre los 2 casos límites indicados \Rightarrow OVNI viaja +x

c) el cálculo de la velocidad habría que hacerlo en la forma estándar, ahora conociendo que

$$\underline{\vec{v}_0 = v_0 \hat{x}} \quad (v_0 > 0)$$

$$\therefore v_D^e = v_D \left[\frac{v_S + v_D}{v_S - v_0} \right] \left[\frac{v_S - v_D}{v_S + v_D} \right]$$

y hay que despejar v_D en función de los datos. Por supuesto se llepe al mismo resultado, con signo positivo.

Puntaje

Valorar forma de razonar más física. Con ello, dar menos peso a parte del cálculo de la rapidez del dron

- a) 2 pts
- b) 2 pts
- c) 2 pts

Problema 2A + 2B

Por Snell en

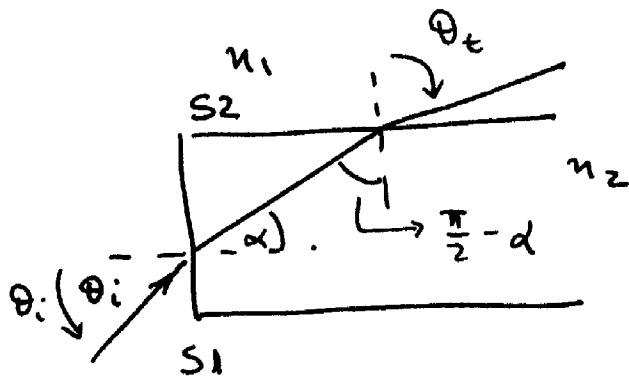
$$\text{Superf. 1 (S1): } n_1 \sin \theta_i = n_2 \sin \alpha$$

$$\text{Superf. 2 (S2): } n_2 \sin \alpha = n_1 \sin \theta_t$$

Eliminando α de las

2 ecs:

$$\Rightarrow \left(\frac{n_1}{n_2} \right)^2 \left[\sin^2 \theta_i + \sin^2 \theta_t \right] = 1 \quad (3 \text{ pts})$$



Análisis (3 pts)

- muy importante como lo realizan
- sólo escribir resultado no da puntos

- resultado:

para reflexión interna total ($\theta_t = \frac{\pi}{2}$) y $\forall \theta_i$:

$$\left(\frac{n_2}{n_1} \right)^2 \geq 2 \Rightarrow \underline{n_2 \geq n_1 \sqrt{2}}$$

$$\text{Caso 2A} \quad n \geq \sqrt{2} \approx 1.4 \quad (n_1 \approx 1.0; n_2 = n)$$

$$\text{Caso 2B} \quad n \leq \frac{1}{\sqrt{2}} n_f \approx 0.7 n_f \quad (n_1 = n, n_2 = n_f)$$

Ejemplos de análisis

$$a) \quad \sin^2 \theta_t = \left(\frac{n_2}{n_1} \right)^2 - \sin^2 \theta_i$$

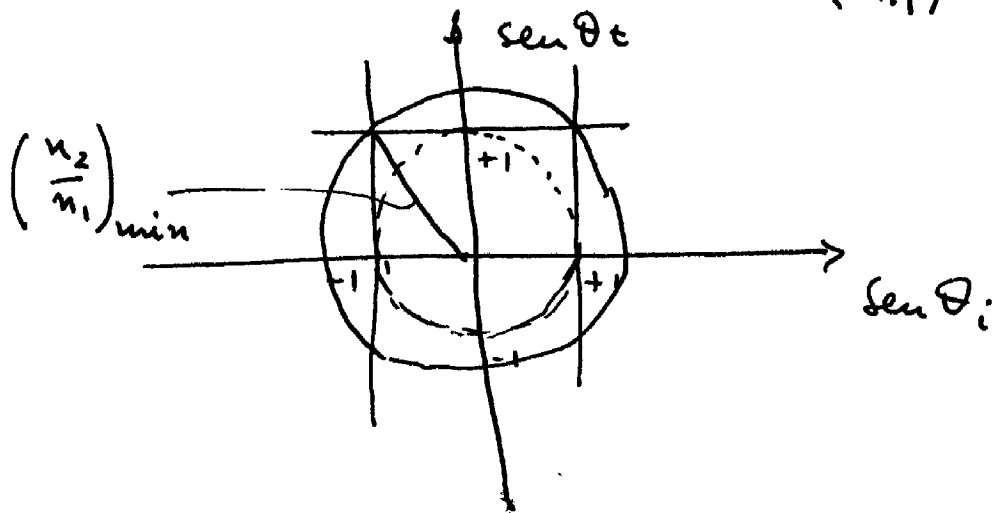
Para reflexión interna:

$$\left(\frac{n_2}{n_1} \right)^2 - \sin^2 \theta_i \geq 1 \quad \text{ya que } \theta_t = \frac{\pi}{2} \text{ en ese caso}$$

$$\text{Para que ocurra para todo } \theta_i \Rightarrow \underline{\left(\frac{n_2}{n_1} \right)^2 \geq 2}$$

$$b) \quad \sin^2 \theta_i + \sin^2 \theta_t = \left(\frac{n_2}{n_1} \right)^2$$

es la ec. de circunferencia de radio $\left(\frac{n_2}{n_1} \right)$



θ_i puede ser cualquiera $\Rightarrow -1 \leq \sin \theta_i \leq 1$

θ_c para reflexión interna $\Rightarrow \sin \theta_t = 1$

las rectas en gráfico indican, en su intersección, el radio mínimo para $\left(\frac{n_2}{n_1} \right)$

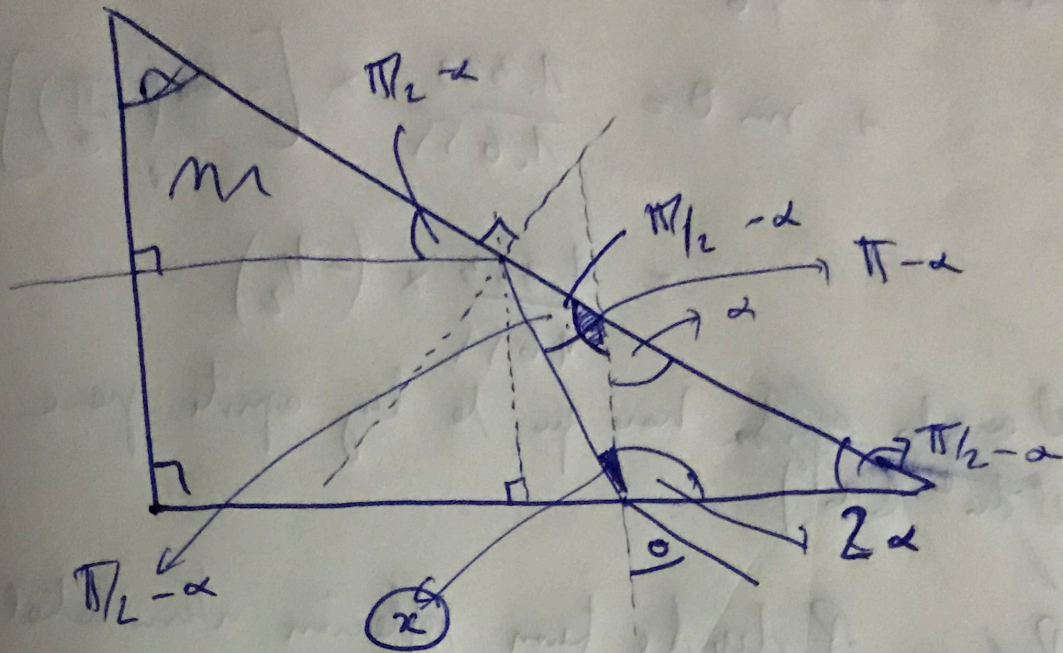
$$\left(\frac{n_2}{n_1} \right)_{\min} = \sqrt{2} \quad (\text{por Pitágoras})$$

$$\therefore \frac{n_2}{n_1} > \sqrt{2} \quad \Rightarrow \underline{\underline{n_2 > n_1 \sqrt{2}}}$$

P2C) P2D)

M_2

a)



$$\Rightarrow x + \pi - \alpha + \pi/2 - \alpha = \pi$$

$$\boxed{x = 2\alpha - \pi/2}$$

$$\Rightarrow M_1 \sin(2\alpha - \pi/2) = M_2 \sin \theta$$

$$\text{Gr} \sin(2\alpha - \pi/2) = -\text{Gr}(2\alpha)$$

$$\Rightarrow \sin \theta = - \left(\frac{M_1}{M_2} \right) \cos(2\alpha)$$

Para $\alpha = \pi/3 \Rightarrow$

$$m_1 = 1.645$$

$$m_2 = 1.333$$

(el de opura tiene que ser menor que el de aditua)

$$\begin{aligned} \sin \theta &= \frac{1.333}{1.645} \left[-\cos\left(\frac{2\pi}{3}\right) \right] \\ &= \frac{1.333}{1.645} \times \frac{1}{2} \end{aligned}$$

Paso $\alpha = \pi/6$

$$\rightarrow \sin \theta = \frac{1.333}{1.655} \times \left[-\sin\left(\frac{2\pi}{6}\right) \right]$$

$$= \frac{1.333}{1.655} \times (-1/2)$$

(El ángulo ~~que~~ hace que la luz escape para el otro lado)

b) Paso que P depende de tener reflexión interna total pedimos que

$$n_1 \sin \alpha = n_2$$

(Brewster)

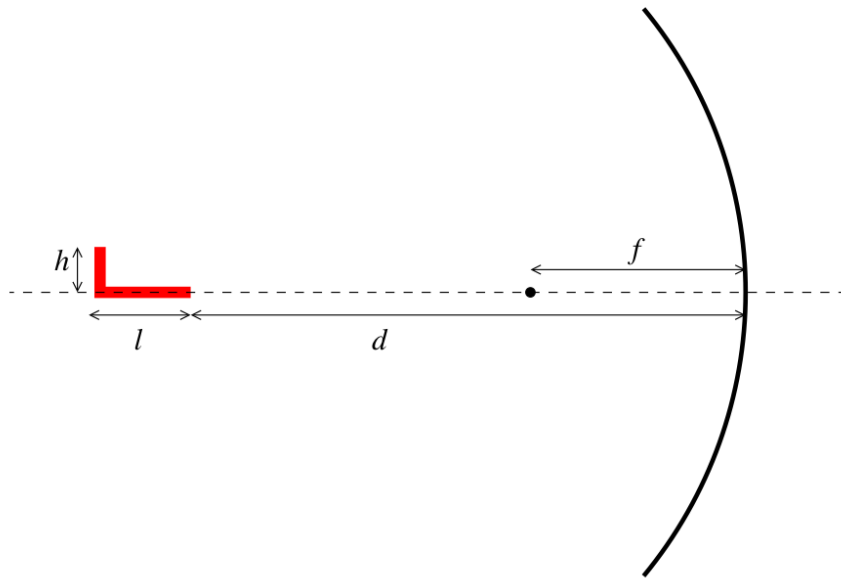
$$\Rightarrow \sin \alpha = \left(\frac{n_2}{n_1} \right)$$

$$(n_1 \sin \alpha) = n_2 \Rightarrow \sin \alpha = \frac{n_2}{n_1}$$

$$\left(\frac{n_1 \sin \alpha}{n_1} \right) = \frac{n_2}{n_1} \Rightarrow \sin \alpha = \frac{n_2}{n_1}$$

[P3A] Frente a un espejo cóncavo de distancia focal f se coloca el objeto que se muestra en la figura en rojo, donde se tiene que $d > f$. Respecto a la imagen que se forma:

- (a) [1pt.] Determine si es virtual o real y si está derecha o invertida verticalmente.
- (b) [2pts.] Dibuje la imagen.
- (c) [3pts.] Calcule su perímetro.



a) A partir de la ec. de espejos

$$\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{f} \Rightarrow s' = \frac{sf}{s-f} > 0$$

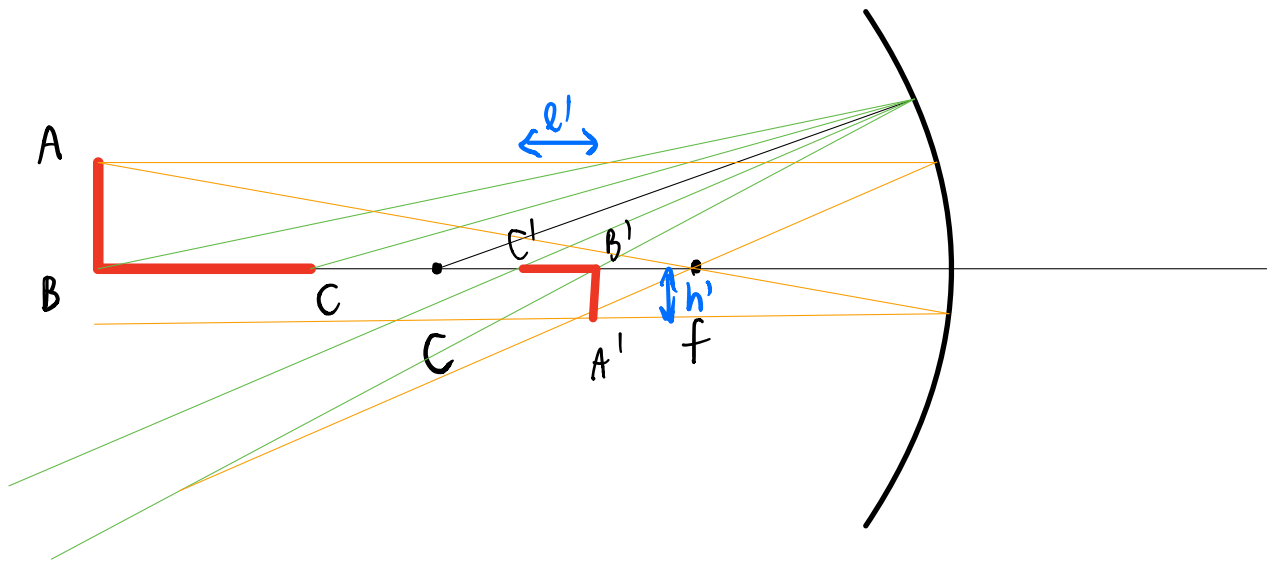
para $s > f$ se tiene entonces que la imagen es real
(para todo punto del objeto)

Ahora, usamos que $h' = -\frac{s'}{s} h < 0$

($s > 0, s' > 0, h > 0$) \Rightarrow la imagen es invertida.

(Nota: también se puede justificar con el diagrama de rayos).

b) Usaremos un diagrama de rayos principales para dibujar la imagen



c) Calculemos los puntos B y C. $s' = \frac{fs}{s-f}$

Punto B $s_B = d+l$

Punto C $s_C = d$

$$s_B' = \frac{f(d+l)}{d+l-f} = \frac{f}{1-f/(d+l)}$$

$$s_C' = \frac{fd}{d-f} = \frac{f}{1-f/d}$$

$$\Rightarrow s_B' < s_C'$$

el largo del trozo horizontal de la imagen es

$$l' = S_C' - S_B'$$

$$l' = \frac{fd}{d-f} - \frac{f(d+l)}{d+l-f}$$

$$l' = \frac{fd(d+l-f) - f(d+l)(d-f)}{(d-f)(d+l-f)}$$

$$l' = \frac{f(d^2 + dl - df - d^2 + df - dl + lf)}{(d-f)(d+l-f)}$$

$$l' = \frac{lf^2}{(d-f)(d+l-f)} > 0$$

Ahora calculemos la altura del trozo vertical

$$h' = -\frac{S_C'}{S} h = -\frac{S_B'}{S_B} h$$

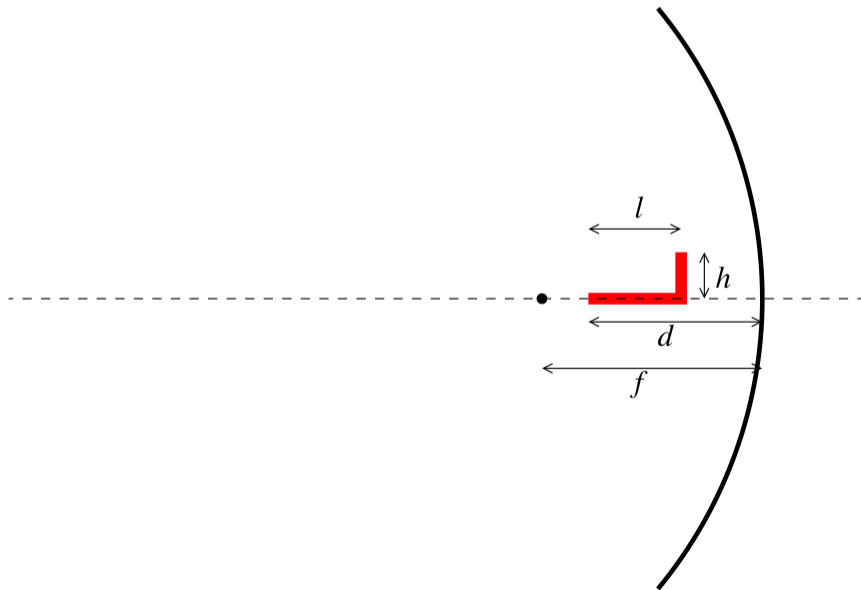
$$h' = -\frac{f(d+l)}{(d+l-f)(d+l)} h = -\frac{f}{(d+l-f)} h < 0$$

El perimetro es

$$P = \frac{lf^2}{(d-f)(d+l-f)} + \frac{fh}{(d+l-f)}$$

[P3B] Frente a un espejo cóncavo de distancia focal f se coloca el objeto que se muestra en la figura en rojo, donde se tiene que $d < f$. Respecto a la imagen que se forma:

- (a) [1pt.] Determine si es virtual o real y si está derecha o invertida verticalmente.
- (b) [2pts.] Dibuje la imagen.
- (c) [3pts.] Calcule su perímetro.



a) A partir de la ec. de espejos

$$\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{f} \quad \Rightarrow \quad s' = \frac{sf}{s-f} < 0$$

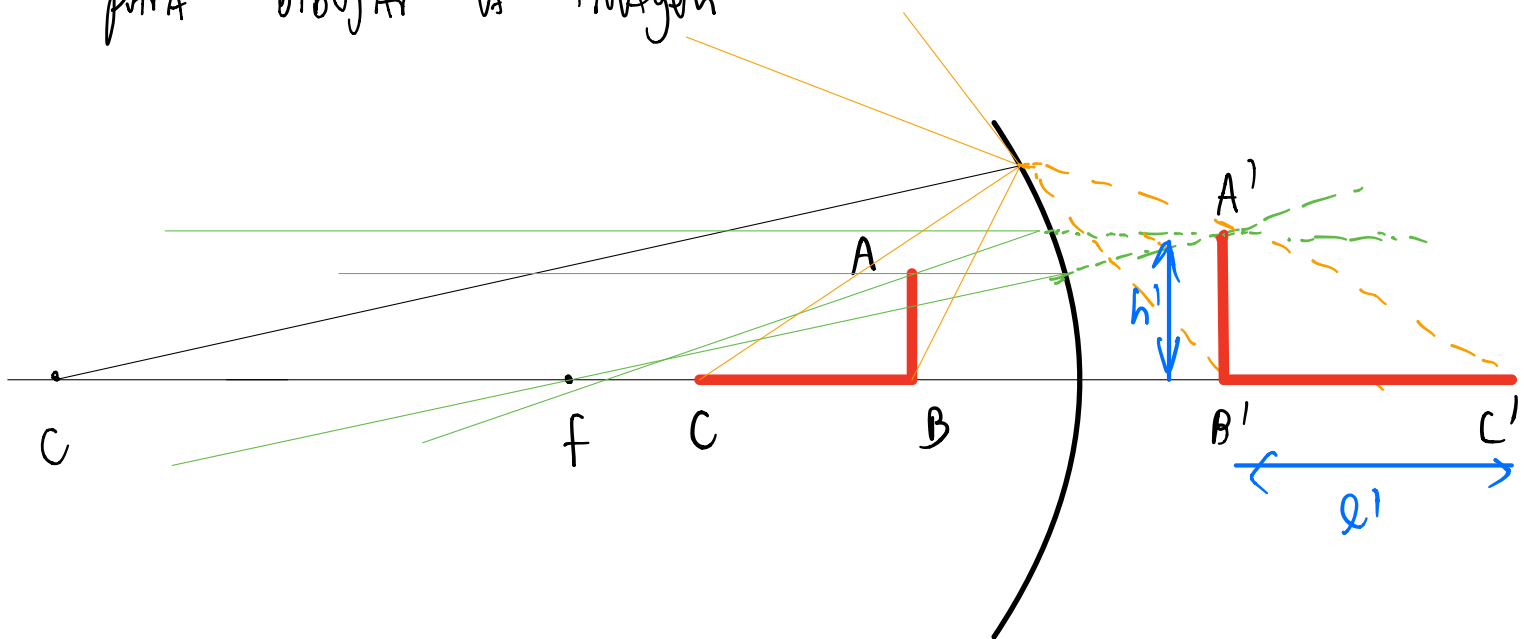
pues $s < f$. se tiene entonces que la imagen es virtual.
(para todo punto del objeto)

Ahora, usamos que $h' = -\frac{s'}{s} h > 0$

($s > 0, s' > 0, h > 0$) \Rightarrow la imagen es derecha.

(Nota: También se puede justificar con el diagrama de rayos).

b) Usaremos un diagrama de rayos principales para dibujar la imagen



c) Calculemos los puntos B y C. $s' = \frac{fs}{s-f}$

Punto B $s_B = d-l$

Punto C $s_C = d$

$$s_B' = \frac{f(d-l)}{d-l-f} = \frac{f}{1-f/(d-l)}$$

$$\Rightarrow |s_B'| < |s_C'|$$

$$s_C' = \frac{fd}{d-f} = \frac{f}{1-f/d}$$

El largo del trozo horizontal de la imagen es

$$l' = |s_C'| - |s_B'|$$

$$l' = \left| \frac{fd}{d-f} \right| - \left| \frac{f(d-l)}{d-l-f} \right|$$

$$l' = \frac{fd}{f-d} - \frac{f(d-l)}{l+f-d}$$

$$l' = \frac{fd(l+f-d) - f(d-l)(f-d)}{(f-d)(l+f-d)}$$

$$l' = \frac{f(dl + df - d^2 - df + d^2 + lf - ld)}{(f-d)(l+f-d)}$$

$$l' = \frac{lf^2}{(f-d)(f+l-d)} > 0$$

Ahora calculemos la altura del trozo vertical

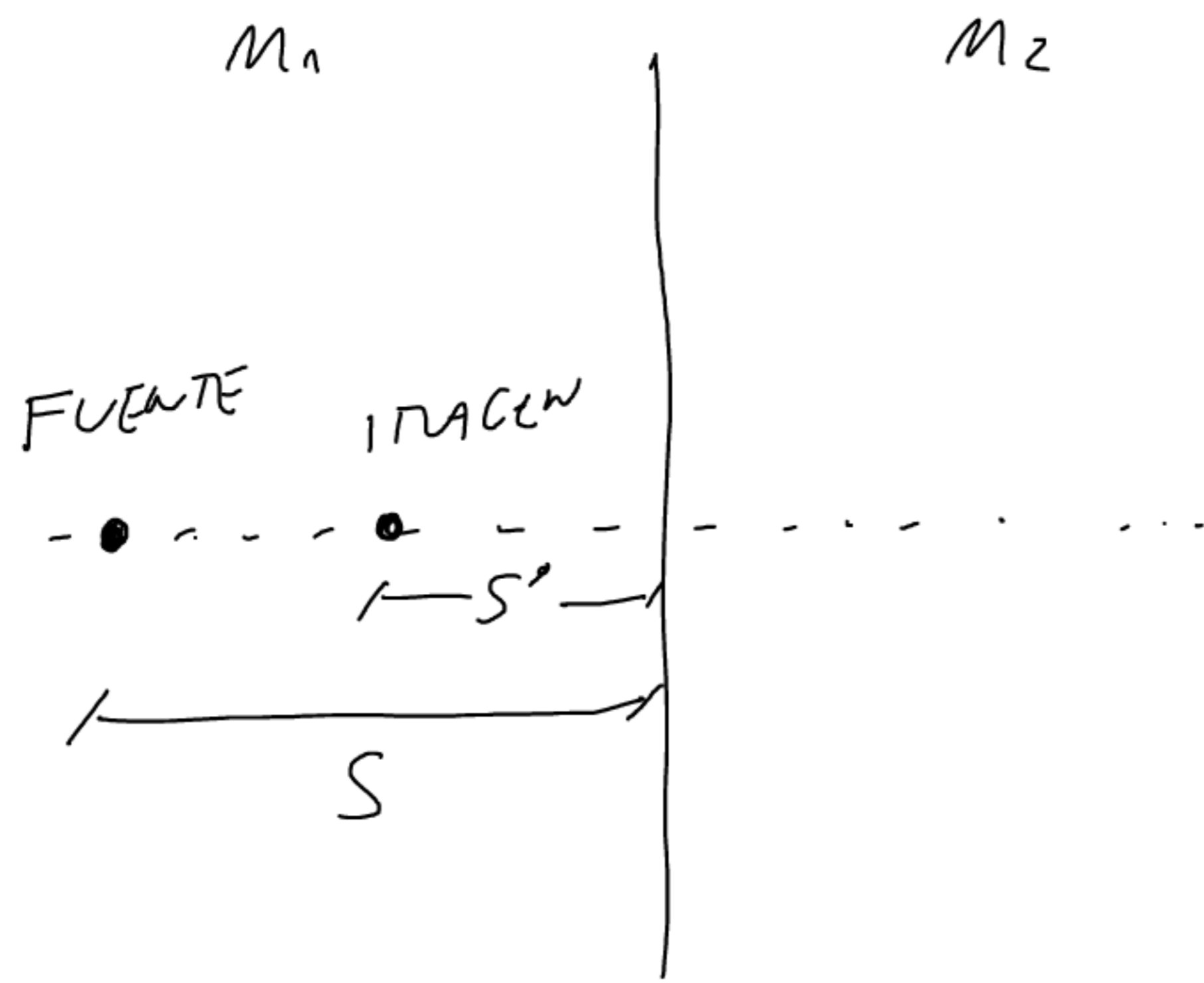
$$h' = -\frac{s'}{s} h = -\frac{s_B'}{s_B} h$$

$$h' = -\frac{f(d-l)}{(d-l-f)(d-l)} h = -\frac{f}{(d-l-f)} h > 0$$

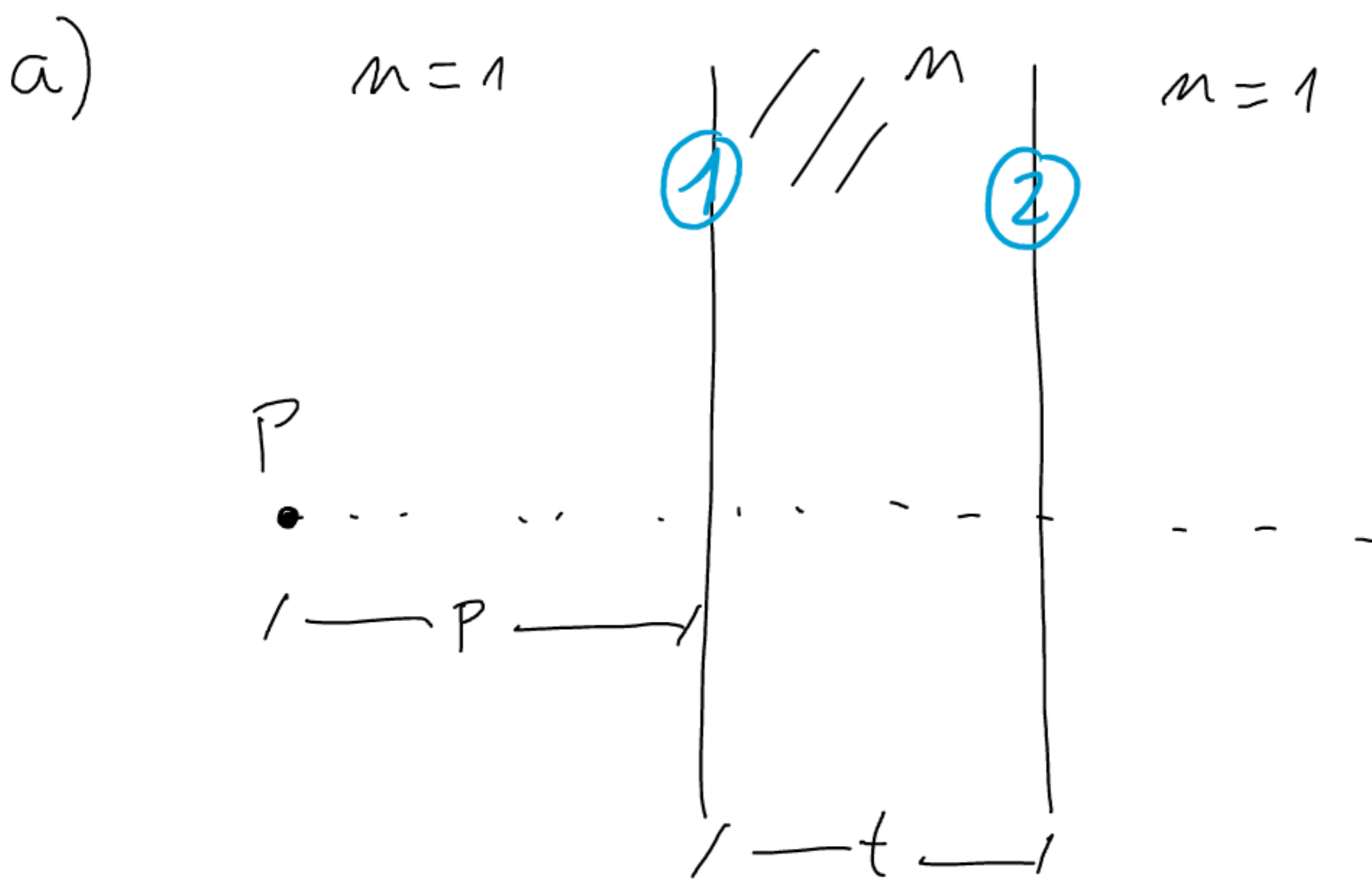
El perimetro es

$$P = \frac{lf^2}{(d-f)(d-l-f)} + \frac{fh}{(f+l-d)}$$

COMO SON INTERFASES PLANAS, USAMOS:



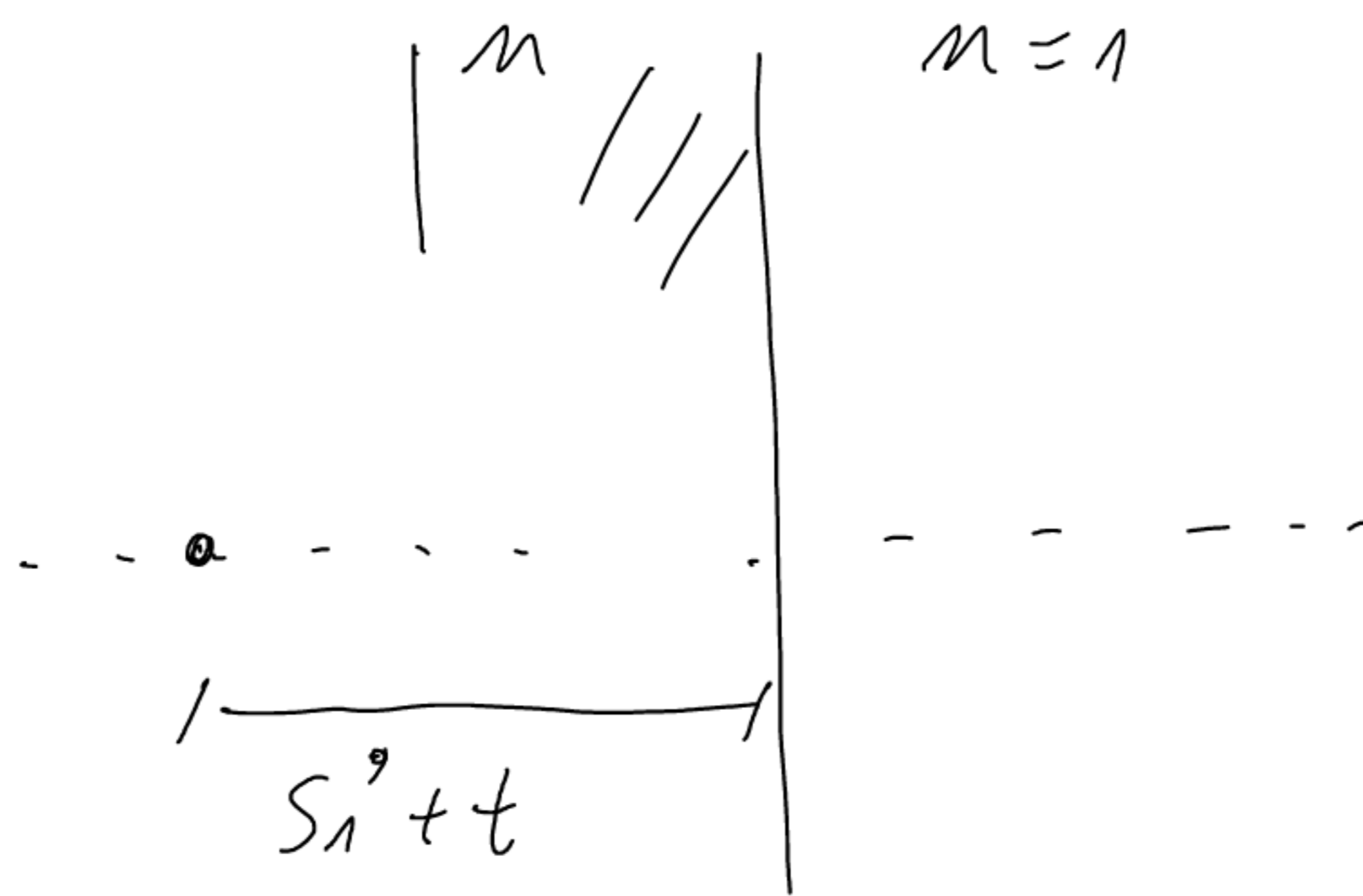
$$S' = \left(\frac{n_2}{n_1} \right) S \quad *$$



LA INTERFAZ 1 GENERA UNA PRIMERA IMAGEN, USANDO (*) CON $S = P$, $n_1 = 1$ Y $n_2 = n$

$$S_1' = n P$$

ESA IMAGEN GENERA OTRA IMAGEN EN LA SEGUNDA INTERFAZ. EN ESTE CASO 1.1.1. QUE AGREGAN EL ESPACIO t:



SE USA (*) CON: $S = S_1' + t$, $n_1 = n$ Y $n_2 = 1$

$$S_2' = \left(\frac{1}{n} \right) (S_1' + t)$$

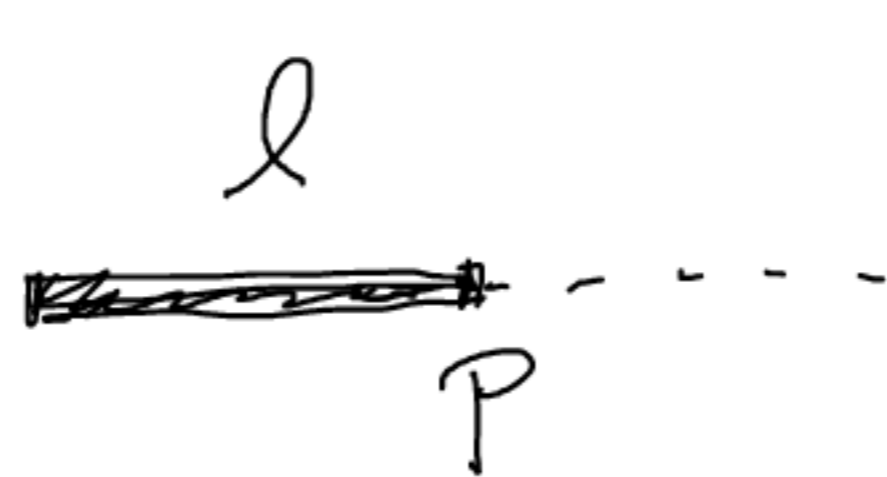
$$S_2' = \left(\frac{1}{n} \right) (nP + t)$$

COMO ESA DISTANCIA ESTA MEDIDA RESPECTO A LA INTERFAZ 2, SE TIENE FINALMENTE:

$$\begin{aligned} q &= S_2' - t \\ &= \left(\frac{1}{n} \right) (nP + t) - t \\ &= P + \frac{t}{n} - t = \end{aligned}$$

$$q = P + \frac{(1-n)t}{n}$$

b) EN P3C EL OBJETO ESTA



MIENTRAS QUE EN P3D



PARA CALCULAR EL LARGO, NOTAMOS QUE EL NUEVO EXTREMO ESTA EN

$$P_1 = P \pm l \quad (+ \text{ PARA P3C Y } - \text{ PARA P3D})$$

USANDO EL RESULTADO DE (a)

$$q_1 = P_1 + \frac{(1-n)t}{n}$$

$$q_1 = (P \pm l) + \frac{(1-n)t}{n}$$

DE MODO QUE EL LARGO DE LA IMAGEN ES:

$$l' = (q_1 - q) = \pm l$$

ES DECIR, NO CAMBIA