

Auxiliar Introdutorio: Buenos Dias a Todos

Profesor: Francisco Brieva

Auxiliares: Cristobal Moreno, Enrique Navarro, Matías Araya

2 de Septiembre 2020

1. DLC y ecuación de movimiento

1. Considere un gatito acostado en una mesa, describa las fuerzas que se ejercen sobre el gato usando un DCL. Ahora haga el DCL si el gatito esta cayendo, ¿Cuál es la ecuacion de movimiento?
2. Consideremos ahora un resorte de largo natural l_0 fijo a una pared de manera horizontal, en su otro extremo se tiene una esfera ligada a él. Escriba el DCL de la esfera y su ecuación de movimiento de la esfera para ambos casos donde el resorte se encuentra extendido por sobre el largo natural y por debajo de este.
3. Ahora se tiene un resorte de largo natural $l_0 = 0$ fijo al techo de manera vertical, en su otro extremo se tiene una esfera ligada a él. Escriba el DCL de la esfera y su ecuación de movimiento de la esfera, ¿Qué se puede comentar sobre la fuerza de gravedad en este caso?

2. Repaso Matematico

2.1. Funciones circulares

2.1.1. Propiedades Fundamentales

1. $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$
2. Paridad :
 - $\sin(-x) = -\sin x$
 - $\cos(-x) = \cos x$
3. Periodicidad:
 - \sin, \cos tienen periodo 2π
 - \tan tiene periodo π
4. Argumento Suma:

- $\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$
- $\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$

2.2. Derivadas: Lo fundamental

2.2.1. Algebra de derivadas

1. $(f \pm g)'(x) = f'(x) \pm g'(x)$
2. $(fg)'(x) = f'(x)g(x) + f(x)g'(x)$
3. $(f/g)'(x) = \frac{f'(x)g(x) - f(x)g'(x)}{g^2(x)}$
4. Regla de la Cadena $(f(g(x)))' = f'(g(x))g'(x)$

2.2.2. Derivadas conocidas

1. $(x^n)' = nx^{n-1}$
2. $(\sin x)' = \cos x$
3. $(\cos x)' = -\sin x$

2.3. Problemas

2.3.1. P –

a) Evalúe :

$$E = \frac{\sin(\pi + \alpha) \cos(\alpha - \pi/2) \tan(7\pi + \alpha)}{\cos(3\pi - \alpha) \sin(3\pi/2 + \alpha) \tan(2\pi + \alpha)}$$

b) Demuestre :

$$\frac{1 - \sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{\cos \alpha}{1 + \sin \alpha}$$

c) Demuestre:

$$\frac{\sec \alpha - 1}{\sec \alpha} = 2 \sin^2 \frac{\alpha}{2}$$

2.3.2. P –

Encuentre la derivada de las siguientes funciones:

1. $f(x) = x\sqrt{1+x^2}$
2. $f(x) = \sin(\sin(\sin x))$
3. $f(x) = \sin(\cos^2 x) \cos(\sin^2 x)$

2.3.3. P –

Un Bloque de peso W es movido a lo largo de un plano por una fuerza que forma un ángulo θ con la recta de la dirección del movimiento, siendo $0 < \theta < \pi/2$. Supongamos que la resistencia por fricción es proporcional a la fuerza normal con la que el bloque presiona perpendicularmente contra el plano. Hallar el ángulo θ para el que la fuerza de propulsión necesaria para vencer la fricción sea lo más pequeña posible.

2.4. Taylor

Serie de Taylor:

$$f(x) = \sum_n \frac{f^{(n)}(x_0)}{n!} (x - x_0)^n$$

Obtenga la serie de Taylor en torno a $x_0 = 0$ de las funciones:

a) $\text{sen}(x)$

b) $\text{cos}(x)$

c) e^x

Demuestre la fórmula de Euler usando series de Taylor:

$$e^{i\theta} = \text{cos}(\theta) + i\text{sen}(\theta)$$