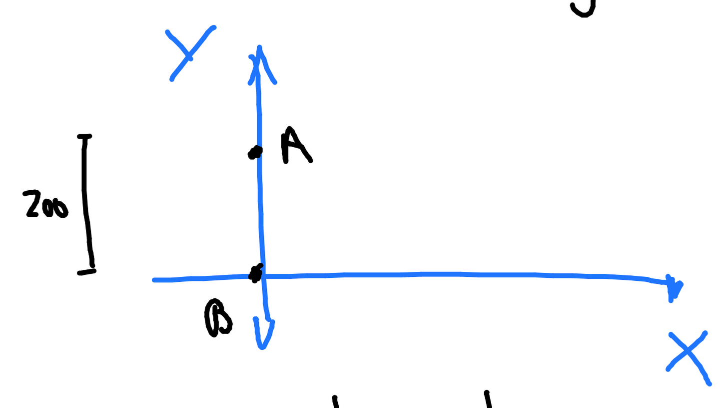
P1)

Tenemos dos antenas, definiendo el S.R:



Queremos ver las interferencias de las ondas.

Para ello digamos que la onda emitida en B es del tipo:

$$\vec{B} = B_0 \cdot \mathrm{Sen}(Ky - wt)$$

Como nos movemos en el eje y, lo tomaremos como onda plana que propaga en y.

Podemos hacer lo mismo con A

$$\vec{A} = A_0 \mathrm{sen}(-Ky - wt)$$

se propaga entre A y B al revés que $\vec{B}$.

Pero A está en $y = 200$

$$\vec{A} = A_0 \mathrm{sen}(-K(y+200) - wt)$$

Ahora para ver la interferencia, la onda total entre A y B será la suma de ambos: (Asumiremos $A_0 = B_0$)

Onda entre A y B:

$$\psi = \vec{A} + \vec{B}$$
$$= B_0 \cdot \mathrm{sen}(-K(y+200) - wt) + B_0 \,\mathrm{sen}(Kx - wt)$$
$$= B_0(\mathrm{sen}(Ky - wt) + \mathrm{sen}(-K(y+200) - wt))$$

Prop:

$$\mathrm{Sen}(A) + \mathrm{sen}(B) = 2\,\mathrm{Sen}\left(\frac{A+B}{2}\right)\cos\left(\frac{A-B}{2}\right)$$

$$\rightarrow \psi = B_0 \cdot 2 \cdot \mathrm{sen}(wt - K \cdot 100)\cos(Ky + 100))$$

Buscamos interferencia destructiva para todo tiempo:

$$\rightarrow \cos(K(y+100)) = 0$$
$$K(y+100) = (n + 1/2)\pi$$
$$y = \frac{(n+1/2)\pi}{K} - 100$$

$K = \frac{w}{c} = \frac{2\pi f}{c}$

$$y = \frac{c(n+1/2)}{2f} - 100$$

Ahora sabemos del enunciado $f = 5{,}8\,MHz$
$= 5{,}8 \times 10^6\,Hz$

y $c = 3 \times 10^8\,m/s$

$$\longrightarrow y = \frac{3 \times \cancel{10^8}^{\,2}(n + 1/2)}{2 \cdot 5{,}8 \times \cancel{10^6}} - 100$$

$$y = \frac{3}{11{,}6} \times 10^2 (n + 1/2) - 100$$

Con esto, los n que nos den $y \in [0, 200]$ serán soluciones.

¿Qué sucede si la antena A oscila con $f_A = 5.9\,MHz$

B tendrá la misma ecuación

$$\vec{B} = B_0 \,\mathrm{sen}(Ky - wt)$$

Pero A, cambiará a:

$$\vec{A} = A_0 \,\mathrm{Sen}(-K_A(y+200) - w_A t)$$

Como oscila con otra frecuencia, ya no tienen mismo K y w.

Asumiendo misma amplitud: $A_0 = B_0$

La onda entre A y B:

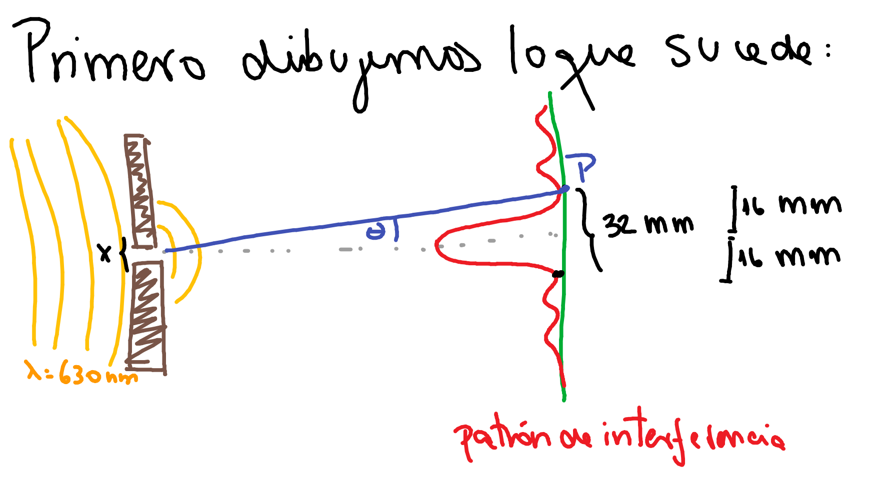
$$\psi = B_0(\mathrm{sen}(Ky - wt) + \mathrm{sen}(-K_A(y+200) - w_A t))$$
$$= 2B_0 \,\mathrm{sen}\left(\frac{Ky - K(y+200) - (w + w_A)t}{2}\right)\cos\left(\frac{Ky + K_A(y+200) - (w - w_A)t}{2}\right)$$

Notemos que tanto el seno, como el coseno dependen de t, luego no tenemos una onda estacionaria, y no tendremos puntos con constante interferencia destructiva, sino que tendremos beats.

P2)

Datos:
1) longitud de onda del laser $\lambda = 630\,nm$
2) Pantalla a 8 metros
3) Distancia entre primeros mínimos: 32 mm

Primero dibujamos lo que sucede:



Primero obtengamos el ancho de la ranura x:

Recordemos que para determinar interferencia constructiva y destructiva:

Constructiva:

$\Delta l = \lambda$

Destructiva:

$\Delta l = \frac{\lambda}{2}$

$$\boxed{\operatorname{sen}\theta = m\left(\frac{\lambda}{D}\right)}$$

m → $\pm 1, \pm 2, \ldots$

D → ancho de la ranura

Nosotros queremos determinar $D = x$.

$$\operatorname{sen}\theta = m\frac{\lambda}{x}$$

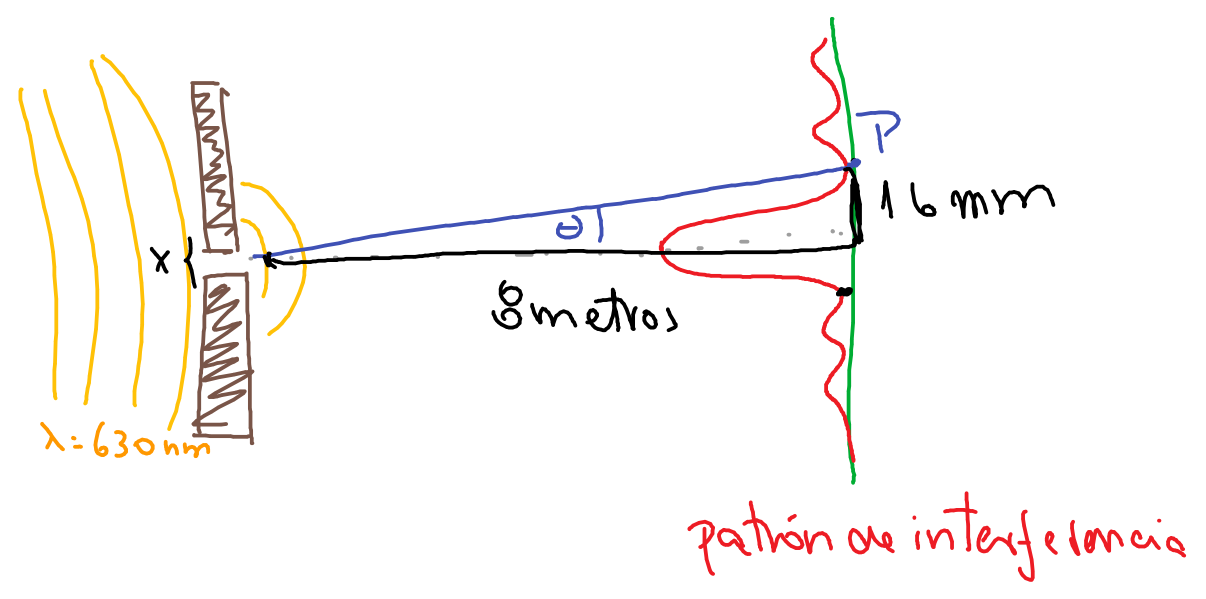
$$\boxed{x = m \cdot \frac{\lambda}{\operatorname{sen}\theta}} \quad ☆$$

Ya sabemos $\lambda = 630\,nm$

¿m? ¿sen θ?

Los primeros mínimos están determinados por $m = \pm 1$,

Solo falta θ:



$$\to \tan\theta = \frac{16\,mm}{8\,m} = \frac{16\,mm}{8 \times 10^{3}\,mm}$$

$$\tan\theta = 2 \times 10^{-3}$$

$$\theta = \arctan(2 \times 10^{-3})$$

Volviendo a ☆

$$x = m\frac{\lambda}{\operatorname{sen}\theta}$$

tomando $m = 1$ (Para tomar -1 se debiese usar $\theta = -\arctan(\ldots)$)

$$x = 1 \cdot \frac{630\,nm}{\operatorname{sen}(\arctan(2 \times 10^{-3}))}$$

$$x = 3{,}15 \times 10^{5}\,nm$$

$$\boxed{x = 0{,}315\,mm}$$

Para obtener el siguiente mínimo:

Como ya tenemos el ancho de la ranura:

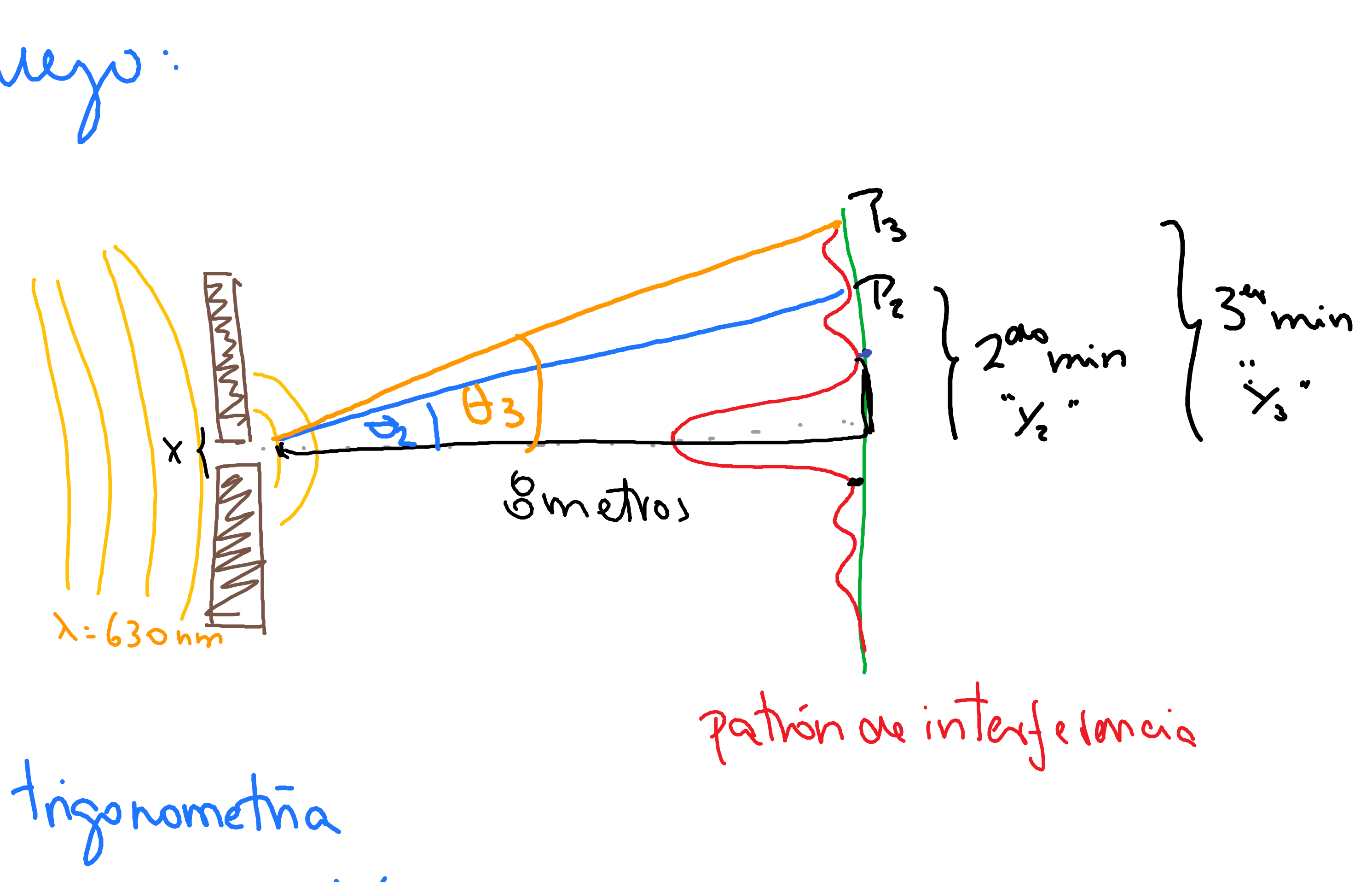
$$\boxed{x = m \cdot \frac{\lambda}{\operatorname{sen}\theta}} \quad ☆$$

$$\operatorname{sen}\theta = m\frac{\lambda}{x}$$

$$\theta = \operatorname{arcsen}\left(m\frac{\lambda}{x}\right)$$

→ Todos los angulos con interferencia destructiva

Luego:



Por trigonometría

$$\tan\theta = \frac{y}{8m}$$

$$y = \frac{1}{\tan\theta \cdot 8m}$$

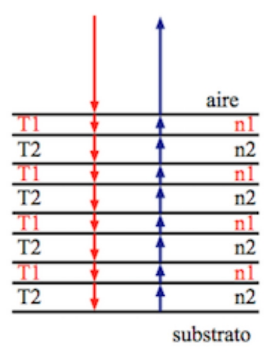
$$y = \frac{1}{\tan\left(\operatorname{arsen}\left(m\frac{\lambda}{x}\right)\right) \cdot 8m}$$

Con esto, para obtener "y_2" o "y_3" o "y_i":

$$\boxed{y_i = \frac{1}{\tan\left(\operatorname{arsen}\left(i\frac{\lambda}{x}\right)\right) \cdot 8}}$$

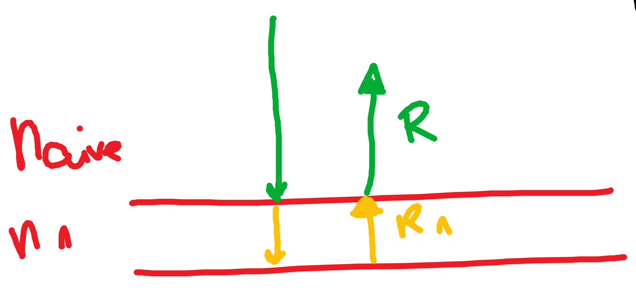
P3)

Debemos encontrar T_1 y T_2 tal que ocurra interferencia constructiva

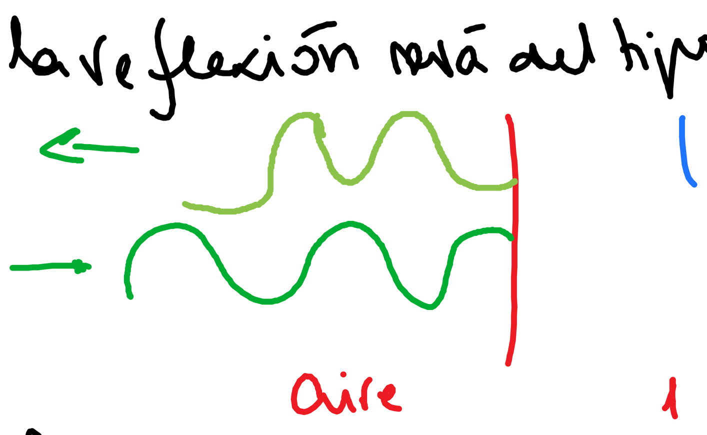


·) Asumamos una onda incidente de longitud de onda λ_A y vector de onda K_A

Preocupemos nos de la primera reflexión



Sabemos que $n_1 > n_{aire}$, esto significa que la reflexión será del tipo:



(cambia de fase al cambiar de medio)

Luego para que exista interferencia constructiva

$$2T_1 = \underbrace{\lambda_1}_{\text{longitud de onda en el medio 1.}} \cdot (\underbrace{m}_{\text{numero natural}} + 1/2)$$

Para expresar en función de los datos:

$$\omega_{aire} = \omega_1$$

$$K_{aire} C_{aire} = K_1 C_1$$

$$\frac{2\pi}{\lambda_{aire}} C_{aire} = \frac{2\pi}{\lambda_1} C_1$$

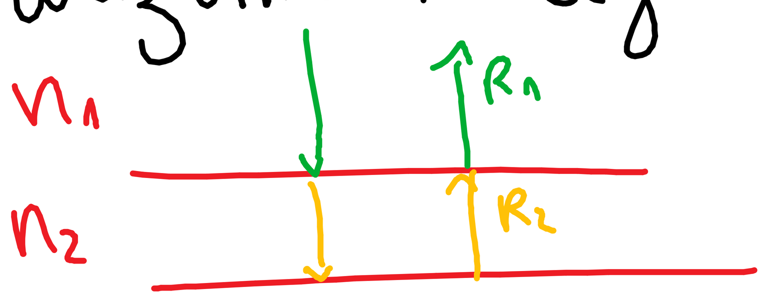
$$\frac{1}{\lambda_{aire}} \frac{\cancel{c}}{n_{aire}} = \frac{1}{\lambda_1} \frac{\cancel{c}}{n_1}$$

$$\lambda_1 n_1 = \lambda_{aire} n_{aire}$$

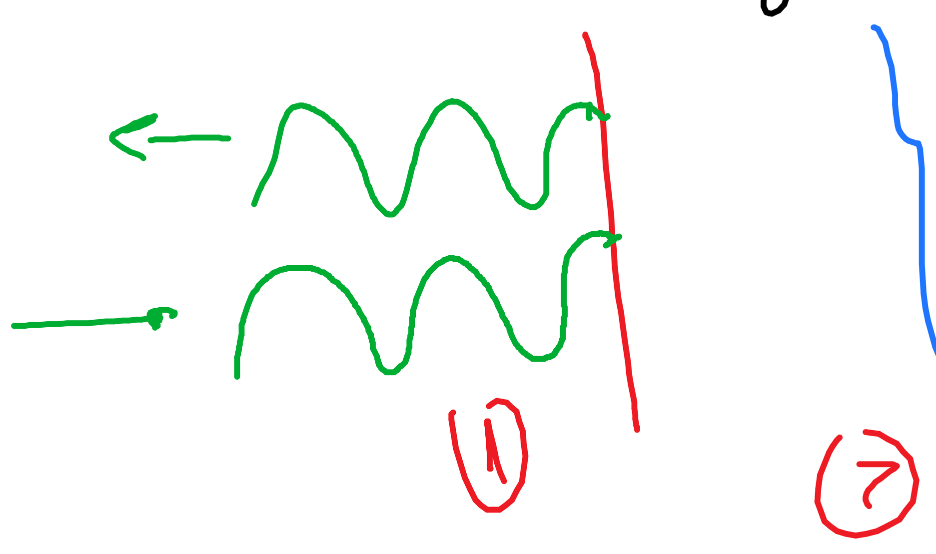
$$\boxed{\lambda_1 = \lambda_{aire} \frac{n_{aire}}{n_1}}$$

$$\boxed{2T_1 = (m + \tfrac{1}{2}) \lambda_{aire} \left(\frac{n_{aire}}{n_1}\right)}$$

Analizemos la segunda reflexión:



En este caso $n_1 > n_2$ luego la reflexión será tipo:



No hay cambio de fase

Como no desfasa en π, para que sea interferencia constructiva

$$\boxed{2T_2 = l \lambda_2}$$

Podemos relacionar λ_2 igual como lo hicimos antes:

$$2T_2 = l \cdot \lambda_1 \left(\frac{n_1}{n_2}\right)$$

$$2T_2 = l \cdot \lambda_{Aire} \left(\frac{n_{Aire}}{\cancel{n_1}}\right) \cdot \left(\frac{\cancel{n_1}}{n_2}\right)$$

$$\boxed{2T_2 = l \cdot \lambda_{Aire} \left(\frac{n_{Aire}}{n_2}\right)}$$

Continuando... obtendremos las mismas expresiones que antes.

Luego nuestras dos ecuaciones son:

$$\boxed{2T_1 = (m + \tfrac{1}{2}) \lambda_{Aire} \left(\frac{n_{Aire}}{n_1}\right)} \qquad \boxed{2T_2 = l \ \lambda_{Aire} \left(\frac{n_{Aire}}{n_2}\right)}$$

tomando $m = 0$, $l = 1$ (espesor más pequeño posible)

$$\boxed{T_1 = \frac{1}{4} \lambda_{Aire} \left(\frac{n_{Aire}}{n_1}\right)} \qquad \boxed{T_2 = \frac{1}{2} \lambda_{Aire} \left(\frac{n_{Aire}}{n_2}\right)}$$

P1)

$$A_1 \operatorname{sen}(K_1 X - \omega_1 t)$$

$$A_2 \operatorname{sen}(K_2(X+200) - \omega_2 t)$$

$$\Psi = A_1 \operatorname{sen}(K_1 X - \omega_1 t) + A_2 \operatorname{sen}(K_2(X+200) - \omega_2 t)$$

$$2A\left(\operatorname{sen}\left(\frac{K_1 X - \omega_1 t + K_2(X+200) - \omega_2 t}{2}\right) \cdot \cos\left(\frac{K_1 X - \omega_1 t - K_2(X+200) + \omega_2 t}{2}\right)\right)$$

$$4A^2\left(\operatorname{sen}^2\left(K_1 X + K_2(X+200) - \omega_1 t - \omega_2 t\right)\right)$$

$$\cos^2\left(K_1 X - K_2(X+200) - \omega_1 t + \omega_2 t\right)$$