Auxiliar 14 y Guía de Problemas

Profesor: Francisco Brieva
Auxiliares: Cristobal Moreno, Enrique Navarro, Matías Araya

23 de Diciembre 2020

P1, Sears 38.25

Un átomo de berilio triplemente ionizado, Be^{3+} (un átomo de berilio al que se le quitan tres electrones), se comporta en forma muy parecida al átomo de hidrógeno, pero la carga nuclear es cuatro veces mayor.

a) ¿Cuál es la energía de nivel fundamental del Be^{3+}? ¿Cómo se compara con la energía del nivel fundamental del átomo de hidrógeno?

b) ¿Cuál es la energía de ionización del Be^{3+}? ¿Cómo se compara con la energía de ionización del átomo de hidrógeno?

c) Para el átomo de hidrógeno, la longitud de onda del fotón emitido en la transición de n = 2 a n = 1 es 122 nm (véase el ejemplo 38.6). ¿Cuál es la longitud de onda del fotón emitido, cuando un ion Be31 sufre esta transición?

d) Para un valor dado de n ¿cómo se compara el radio de una órbita del Be^{3+} con el correspondiente del hidrógeno?

P2 Sears 38.62. Órbitas de Bohr de un satélite.

Un satélite de 20.0 kg circunda a la Tierra cada 2.00 h en una órbita de 8060 km de radio.

a) Suponiendo que se aplica el resultado de Bohr de la cantidad de movimiento angular (L $= \frac{nh}{2\pi}$) a satélites igual que a un electrón en el átomo de hidrógeno, calcule el número cuántico n de la órbita del satélite.

b) Demuestre, a partir del resultado de Bohr para la cantidad de movimiento angular y la ley de Newton de la gravitación, que el radio de una órbita de satélite terrestre es directamente proporcional al cuadrado del número cuántico, r $= kn^2$, donde k es la constante de proporcionalidad.

c) Con el resultado del inciso b), determine la distancia entre la órbita del satélite en este problema y su siguiente órbita "permitida". (Calcule un valor numérico.)

d) Comente la posibilidad de observar la separación de dos órbitas adyacentes.

e) Las órbitas cuantizadas y clásicas, ¿corresponden a este satélite? ¿Cuál es el método "correcto" para calcular las órbitas?

P3 Sears 38.79

a) Demuestre que en el modelo de Bohr, la frecuencia de revolución de un electrón en su órbita circular en torno a un núcleo estacionario de hidrógeno es f $= \frac{me^4}{4\epsilon_0^2 n^3 h^3}$

b) En física clásica, la frecuencia de revolución del electrón es igual a la frecuencia de la radiación que emite. Demuestre que cuando n es muy grande, la frecuencia de revolución sí es igual a la frecuencia irradiada, calculada con la ecuación (38.6), en una transición de $n_1 =$ n + 1 a $n_2 =$ n. (Esto ilustra el principio de correspondencia de Bohr, que se usa con frecuencia para comprobar cálculos cuánticos. Cuando n es pequeña, la física cuántica da resultados muy distintos a los de la física clásica. Cuando n es grande, los resultados no son importantes y los dos métodos "se corresponden". De hecho, cuando Bohr se ocupó por primera vez del problema del átomo de hidrógeno, trató de determinar f en función de n, de tal manera que correspondiera a los resultados clásicos con n grande.)

Pd: Ecuación 38.6 $hf = E_i - E_f$

P4 39.70

La naturaleza ondulatoria de las partículas da como resultado la situación mecánico-cuántica que una partícula confinada en una caja sólo puede tener longitudes de onda que causen ondas estacionarias en esa caja, con nodos en sus paredes.

a) Demuestre que un electrón confinado en una caja unidimensional de longitud L tendrá niveles de energía definidos por:

$$E_n = \frac{n^2 h^2}{8mL^2}$$

(Sugerencia: recuerde que la relación entre la longitud de onda de De Broglie y la rapidez de una partícula no relativista es $mv = h\lambda$. La energía de la partícula es $\frac{mv^2}{2}$)

b) Si un átomo de hidrógeno se modela como una caja unidimensional de longitud igual al radio de Bohr, ¿cuál es la energía (en electrón volts) del nivel mínimo de energía del electrón?

P5 Sears 39.71.

Usted entró a un concurso donde se trata de dejar caer una canica de 20.0 g desde el techo de un edificio para que caiga en un blanco pequeño, a 25.0 m abajo. De acuerdo con consideraciones de incertidumbre, ¿cuál es la distancia característica a la que fallará del blanco, dado que le apunta con la máxima precisión posible?

(Sugerencia: la incertidumbre Δx_f en la coordenada x de la canica, al llegar al suelo, se debe en parte a la incertidumbre Δx_i en la coordenada x inicial y en parte a la incertidumbre en v_x inicial. Esta última da lugar a una incertidumbre Δv_x en el movimiento horizontal de la canica al momento de caer. Los valores de Δx_i y Δv_x se relacionan por el principio de incertidumbre. Una Δx_i pequeña produce una Δv_x grande, y viceversa. Determine el valor de Δx_i que produzca una incertidumbre total mínima en x al llegar al piso. No tome en cuenta todos los efectos de la resistencia del aire.)

P6 Sears 39.65.

Imagine otro universo donde el valor de la constante de Planck sea de 0.0663 [J s] pero donde las leyes físicas y todas las demás constantes físicas son iguales que las de nuestro Universo. En ese universo, dos estudiantes de física están atrapando pelotas. Están a 12 m de distancia, y uno lanza una pelota de 0.25 kg directamente hacia el otro, con una rapidez de 6.0 m/s.

a) ¿Cuál es la incertidumbre en la cantidad de movimiento horizontal de la pelota, en una dirección perpendicular a aquella en la que se lanzó, si el estudiante que la lanzó conoce que está dentro de un cubo de 125 cm^3 al momento de lanzarla?

b) ¿A qué distancia horizontal del segundo estudiante llegará la pelota?

P7 39.63. La ecuación de Schrödinger dependiente del tiempo.

La ecuación (39.18) es la ecuación de Schrödinger independiente del tiempo en una dimensión. La ecuación dependiente del tiempo es

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2\Psi(x,t)}{\partial x^2}+U(x)\Psi(x,t)=i\hbar\frac{\partial\Psi(x,t)}{\partial t}$$

Si $\Psi(x,t)$ es una solución de la ecuación (39.18) con energía E, demuestre que la función dependiente del tiempo $\Psi(x,t)=\psi(x)e^{-iwt}$ es una solución de la ecuación de Schrödinger dependiente del tiempo, si se selecciona w en forma adecuada. ¿Cuál es el valor de w que hace que $\Psi(x,t)$ sea solución?

P8 Sears 40.19

Un protón está confinado en un pozo cuadrado de $4{,}0\ fm = 4{,}0 \cdot 10^{-15}\ m$ de ancho. La profundidad del pozo es seis veces la energía de nivel fundamental E_∞ del pozo infinito correspondiente. Si el protón hace una transición del nivel cuya energía es E_1 hasta el nivel de energía E_3, absorbiendo un fotón, determine la longitud de onda del fotón.

P9 Sears 40.26. Desintegración alfa

En un modelo sencillo de un núcleo radiactivo, una partícula alfa ($m = 6{,}64 \cdot 10^{-27}\ Kg$) queda atrapada por una barrera cuadrada de $2{,}0\ fm$ de ancho y $30{,}0$ Mev de altura.

a)¿Cúal es la probabilidad de tunelamiento cuando la partícula alfa encuentre la barrera si su energía cinética es $1{,}0$ MeV menor que el borde de la barrera?

b)¿Cúal es la probabilidad de tunelamiento, si la energía de la partícula alfa es $10{,}0$ MeV menor que la parte superior de la barrera?

P10 Sears 40.56

Considere un pozo de potencial definido como $U(x) = \infty$ para $x < 0$, $U(x) = 0$ para $0 < x < L$ y $U(x) = U_0 > 0$ para $x > L$. Considere una partícula con masa m y energía cinética $E < U_0$ que está atrapada en el pozo.

a) La condición de frontera en la pared infinita $(x = 0)$ es $\psi(0) = 0$. ¿Cúal debe ser la forma de la función $\psi(x)$ para $0 < x < L$, para que satisfaga tanto la ecuación de Schroidnger como esta condición en la frontera?

b) La función de onda debe permaneer finita cuando $x \to \infty$.¿ Cúal debe ser la forma de la función $\psi(x)$ para $x > L$, para que se satisfagan la ecuación de Schrodinger y la condición en la frontera para el infinito?

c) Imponga las condiciones en la frontera para que $\psi y d\psi/dx$ sean continuas en $x = L$. Demuestre que las energías de los niveles permitidos se obtienen a partir de la solución de la ecuación $k \cot kL = -\kappa$, donde $k = \sqrt{2mE}/\hbar$ y $\kappa = \sqrt{2m(U_0 - E)}/\hbar$.