

FI3101-1 Mecánica Clásica.

Profesor: Marcel Clerc.

Auxiliares: Roberto Gajardo, David Pinto.



Auxiliar 7: Sistema de referencia no inercial (+ problemas pre-control).

03 de Noviembre del 2020

P1. Movimiento relativo a la Tierra:

Considere un sistema de referencia inercial S' con origen en el centro de la Tierra, la cual tiene masa M y radio R . Como la Tierra está girando con una velocidad ω , si queremos describir completamente la dinámica de un objeto que se mueve en el planeta debemos usar un sistema de referencia no inercial S que se mueva solidario al planeta.

- a) Encuentre el lagrangiano de una partícula P de masa m con respecto al sistema de referencia no inercial S .
- b) Encuentre las ecuaciones de movimiento a partir de este lagrangiano e interprete los distintos términos que aparezcan.
- c) A partir de la ecuación de movimiento para z , y haciendo las aproximaciones necesarias, muestre que la aceleración de gravedad “efectiva” g que siente un objeto a lo largo de la vertical (medido desde el sistema de referencia S) depende de la latitud λ . Grafique g en función de λ .

P2. Bonus pre-control: Sistema paramétrico:

Cuando un fluido newtoniano (por ejemplo agua) se encuentra contenido en un canal que vibra verticalmente, este puede exhibir en su superficie estructuras que se mantienen en el tiempo. En particular, en este canal de agua aparece un *solitón no propagativo*, que corresponde a una onda solitaria estática en la superficie del fluido. Este comportamiento está descrito por la ecuación de Schrödinger no lineal:

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + i\nu\phi + i|\phi|^2\phi + i\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} - \gamma\bar{\phi} = 0$$

En esta ecuación $\phi(x, t)$ es un campo escalar complejo que da cuenta del modo transversal, $\bar{\phi}$ es el complejo conjugado, y los parámetros reales ν y γ caracterizan al sistema físico. Encuentre la acción que describe este sistema y muestre que al variar se obtiene la ecuación anterior.

P3. Bonus pre-control: Cantidades conservadas del oscilador armónico:

Considere un oscilador armónico unidimensional, cuyo lagrangiano es:

$$L = \frac{1}{2}m(\dot{x}^2 - \omega^2 x^2)$$

- a) Encuentre la cantidad conservada asociada a la homogeneidad del lagrangiano en el tiempo, es decir, el hamiltoniano. Muestre a partir de esta cantidad que el producto de la amplitud máxima A y la frecuencia ω del oscilador se conserva a través del tiempo.
- b) Muestre que la transformación $x \rightarrow x + \varepsilon \sin(\omega t)$ deja invariante la acción en el sentido del teorema de Noether. Encuentre la cantidad conservada asociada a esta transformación e interprete físicamente su resultado.