

**FI3101-1** Mecánica Clásica.

**Profesor:** Marcel Clerc.

**Auxiliares:** Roberto Gajardo, David Pinto.



## Auxiliar 8: Preparación Control 1.

10 de Noviembre del 2020

### **P1. Sistema paramétrico:**

Cuando un fluido newtoniano (por ejemplo agua) se encuentra contenido en un canal que vibra verticalmente, este puede exhibir en su superficie estructuras que se mantienen en el tiempo. En particular, en este canal de agua aparece un *solitón no propagativo*, que corresponde a una onda solitaria estática en la superficie del fluido. Este comportamiento está descrito por la ecuación de Schrödinger no lineal:

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + i\nu\phi + i|\phi|^2\phi + i\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} - \gamma\bar{\phi} = 0$$

En esta ecuación  $\phi(x, t)$  es un campo escalar complejo que da cuenta del modo transversal,  $\bar{\phi}$  es el complejo conjugado, y los parámetros reales  $\nu$  y  $\gamma$  caracterizan al sistema físico. Encuentre la acción que describe este sistema y muestre que al variar se obtiene la ecuación anterior.

### **P2. Partícula disipativa y forzada:**

Una partícula de masa  $m$  unidimensional está sometida a una fuerza externa  $h(t)$ , además de estar bajo la influencia de una fuerza de amortiguamiento caracterizada por un coeficiente  $\nu$ . Esta partícula está descrita por el siguiente lagrangiano:

$$L = e^{\nu t} \left( \frac{1}{2} m \dot{x}^2 + x h(t) \right)$$

- Encuentre una transformación infinitesimal que deja invariante este lagrangiano en el sentido del teorema de Noether.
- Calcule e interprete las cantidad conservada asociada a la transformación encontrada.

### **P3. Partícula relativista:**

Una partícula de masa  $m$  y carga  $e$  se mueve a velocidades comparadas a la de la luz (es decir,  $c$ ) bajo la influencia de un campo electromagnético, de tal forma que su dinámica se describe por la siguiente ecuación de movimiento:

$$\frac{d}{dt} (\gamma m \vec{v}) = -e \nabla \phi - \frac{e}{c} \left[ \nabla (\vec{v} \cdot \vec{A}) - (\vec{v} \cdot \nabla) \vec{A} \right]$$

Donde  $\gamma$  es el factor de Lorentz y  $\phi$  y  $\vec{A}$  son el potencial eléctrico y potencial vector magnético, respectivamente.

- Encuentre el lagrangiano que describa este sistema y muestre que extremando la acción asociada se deduce la ecuación anterior.
- ¿Qué cantidades conservadas caracterizan a este sistema?