Auxiliar # 10

Mecánica Cuántica: Formalismo

Auxiliar: Cristóbal Zenteno

15/12/2020

Problema 1: [Condición inicial y formalismo.]

Consideremos un pozo de potencial infinito y la siguiente condición inicial:

$$\psi(x,0) = \frac{1}{\sqrt{5a}}(\sqrt{2}sen(\frac{\pi x}{a}) + 2sen(\frac{3\pi x}{a}) + 2sen(\frac{4\pi x}{a}))$$

a) Escriba esta condición inicial como combinación lineal de los autoestados $|\psi_n\rangle$ (normalizados) del pozo de potencial infinito.

b) Calcule $|\psi(t)\rangle$

c) Si se mide la energía, ¿que valores pueden obtenerse?, ¿Con que probabilidad?. ¿Dependen del tiempo estas probabilidades?

d) Calcule el valor de expectación de la energía, ¿Depende del tiempo?.

Problema 2: [Ejemplo del Apunte.]

Tenemos un sistema descrito por el siguiente Hamiltoniano:

$$\hat{\mathcal{H}} = \begin{bmatrix} H_0 & i\alpha \\ -i\alpha & H_0 \end{bmatrix}$$

donde α es una constante real.

- Encontrar los autovalores y autoestados de este sistema.
- Si en $t = 0$ el sistema se encuentra en su estado de menor energía, escriba la función de onda del sistema para los tiempos posteriores.

Tenemos por otro lado el observable $\hat{A}$ dado por

$$\hat{A} = \begin{bmatrix} a_1 & 0 \\ 0 & a_2 \end{bmatrix}$$

- Encontrar los valores posibles de medir a partir de este observable y su probabilidad.
- Si en $t = t_0$ se mide el segundo estado de $\hat{A}$, calcular la probabilidad de medir los autoestados de $\hat{A}$ en un tiempo t posterior a t_0.

Problema 3: [Sistema discreto y Observables.]

Los kets $|v_1\rangle, |v_2\rangle, |v_3\rangle$ forman una base ortonormal del espacio de estados de un sistema físico. En esa base el Hamiltoniano $\hat{H}$ del sistema y dos observables A y B adoptan la forma:

$$\hat{H} = 2\hbar\Omega_0 \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A = a \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \qquad B = b \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

donde a, b , Ω_0 son constantes reales positivas. El estado del sistema al tiempo $t = 0$ está dado por

$$|\psi(0)\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}|v_1\rangle + \frac{1}{2}|v_2\rangle + \frac{1}{2}|v_3\rangle$$

a) Calcule, para el estado dado anteriormente correspondiente a $t = 0$, el valor de expectación del Hamiltoniano y la desviación cuadrática media de la energía.

b) Si al tiempo $t = 0$ se mide la energía del sistema ¿Qué valores pueden encontrarse y con qué probabilidades? ¿Cuál es el vector de estado inmediatamente después de la medición?

c) Si en lugar de medir la energía al tiempo $t = 0$, se mide el observable A, ¿Qué resultados pueden encontrarse y con qué probabilidades?¿Cuál es el vector de estado inmediatamente después de cada medición?

d) Calcule el vector de estado $|\psi(t)\rangle$ al tiempo t.

e) Calcule los valores de expectación de A y B al tiempo t.

f) ¿Qué resultado se obtiene si se mide el observable A al tiempo t?