

MA1002-8: Cálculo Diferencial e Integral

Profesor: Alvaro Bustos

Auxiliares: Nicolas Toro



## Auxiliar 9

### P1. [Propiedades]

a) Sean  $\alpha, \beta : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  derivables y  $f$  una función continua. Pruebe que si  $G(x) = \int_{\alpha(x)}^{\beta(x)} f(t)dt$ , entonces:

$$G'(x) = f(\beta(x)) \cdot \beta'(x) - f(\alpha(x)) \cdot \alpha'(x)$$

b) Sea  $f$  continua, biyectiva en  $[a, b]$  y derivable. Muestre que:

$$\int_a^b f^{-1}(t)dt = f^{-1}(b) \cdot b - f^{-1}(a) \cdot a - \int_{f^{-1}(a)}^{f^{-1}(b)} f(t)dt$$

c) Sean  $f, g$  continuas en  $\mathbb{R}$ , con  $f$  monótona, derivable y con derivada continua. Muestre que  $\exists \xi \in (a, b)$ , tal que:

$$\int_a^b f(t)g(t)dt = f(a) \int_a^{\xi} g(t)dt + f(b) \int_{\xi}^b g(t)dt$$

### P2. [Calcular integrales] Calcular las siguientes integrales:

a)  $\int_0^1 (5t - 2)^5 dt$

b)  $\int_1^2 se^{s^2} ds$

c)  $\int_0^{\pi} \frac{\cos(\tau)}{\sin(\tau) + 1} d\tau$

### P3. [Regiones entre funciones] Considere las funciones $f(x) = x \sin(x)$ y $g(x) = x$

a) Calcule el área entre el gráfico de  $f$  y el eje X en  $[0, \pi]$

b) Calcule el área encerrada entre los gráficos de  $f$  y  $g$  en  $[0, \pi]$

c) Calcule el área entre el gráfico de  $f$  y el eje Y en  $[0, \frac{\pi}{2}]$

### P4. [Cambio de variable] Sea $f : (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ continua y $a > 0$ . Calcule las siguientes derivadas para $x > 0$ :

a)  $\frac{d}{dx} \left( \int_a^x f(t+x) dt \right)$

b)  $\frac{d}{dx} \left( \int_a^x f(tx) dt \right)$