MA1002-8: Cálculo Diferencial e Integral
Profesor: Alvaro Bustos
Auxiliares: Nicolas Toro

Auxiliar 10

P1. [Propuesto Guia 10] Considere la funcion $f(x) = \frac{1}{x},\ x > 1$

- **a)** Calcule el volumen del solido de revolucion al rotar $f(x)$ alrededor del eje OX entre 1 y $a > 1$
- **b)** Explicite el area de la superficie del solido anteriormente obtenido
- **c)** Concluya que este solido de revolucion tiene volumen finito, pero superficie infinita cuando $a \to \infty$

P2. [Reciproca] Sea $f : [1, \infty) \to [0, \infty)$ una funcion con derivada continua. Sea S el solido de revolucion que resulta al rotar $f(x)$ alrededor del eje OX. Si el area de la superficie de S es finita, entonces su volumen tambien lo es.
Obs: Si les interesa, pueden buscar sobre *Isoperimetric inequality* para obtener resultados mas generales, ya sea para mas dimensiones o en otros espacios no necesariamente Euclideos.

P3. [Solidos de revolucion] Rote las siguientes regiones acotadas por:

- **a)** $y = \sqrt{x}$, $y = 3$ y el eje OY, alrededor del eje OY.
- **b)** $y = 7 - x^2$, $x = -2$, $x = 2$ y el eje OX, alrededor del eje OX.
- **c)** $y = 2x + 1$, $x = 4$ y $y = 3$, alrededor de la recta $x = -4$
- **d)** $y = 6e^{-2x}$, $y = 6 + 4x - 2x^2$ entre $x = 0$ y $x = 1$, alrededor de la recta $y = -2$ **[Propuesto]**

P4. [Largo de curva]

- **a)** Sea $f : [0, \infty) \to \mathbb{R}$ una funcion continua tal que $f(0) = 0$ y cuya longitud de curva $y = f(x)$ esta dada por $L_0^x(f) = e^x - f(x) - 1$. Determinar $f(x)$
- **b)** Sea $f_n(x) = x^n$. Calcule el largo de curva determinada por $y = f_n(x)$ entre $x = 0$ y $x = 1$ para $n = 2$ y utilice algun software o *wolfram* para ver que pasa cuando $n \to \infty$