MA1102-4 Álgebra lineal
Profesor: Alejandro Maass
Auxiliar: Juan Pablo Sepúlveda

Auxiliar 12: Aún más valores/vectores propios y ortogonalidad

15 de diciembre de 2020

P1. Soy como tú, tú eres igual Sean las siguientes matrices:

$$B_1 = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 5 & -8 & 5 \\ 5 & -10 & 7 \end{pmatrix} \qquad B_2 = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 5 & -7 & 5 \\ 5 & -10 & 8 \end{pmatrix}$$

a) Encuentre los valores propios de B_1 y B_2

b) Muestre que ambas matrices tienen los mismos subespacios propios y determine si son o no diagonalizables.

P2. Complejo lo tuyo Sean E y F matrices de 7×7. Sean ρ_1, ρ_2 los valores propios de E y δ_1, δ_2 los valores propios de F, tales que $\gamma_E(\rho_1) = \gamma_F(\delta_1) = 5$ y $\gamma_E(\rho_2) = \gamma_F(\delta_2) = 2$.

a) ¿Son diagonalizables E y F? Justifique.

b) Muestre que si E y F tienen los mismos sub-espacios propios, entonces $EF = FE$.

P3. Los clásicos nunca mueren Sea la matriz:

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & 4 \end{pmatrix}$$

a) Determine el polinomio característico de A y verifique que $\lambda = 1$ es uno de sus valores propios.

b) Determine los valores y vectores propios de A, y si es definida positiva y/o invertible.

c) Construya una base ortonormal de $\mathbb{R}^3$ formada por vectores propios de A.

d) Diagonalice A, esto es, encuentre la descomposición $A = PDP^t$