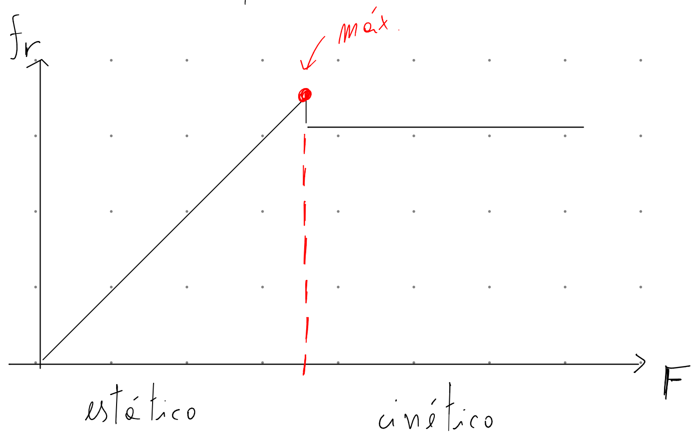
Pauta Aux #7

↪ Fuerza de roce:

- estático: se opone al deslizamiento entre superficies
- cinético: se opone al movimiento entre superficies.



coef. de roce estático

- f_r estático $\leq \mu_e N$

normal (superficie de contacto)

- f_r cinético $= \mu_c N$

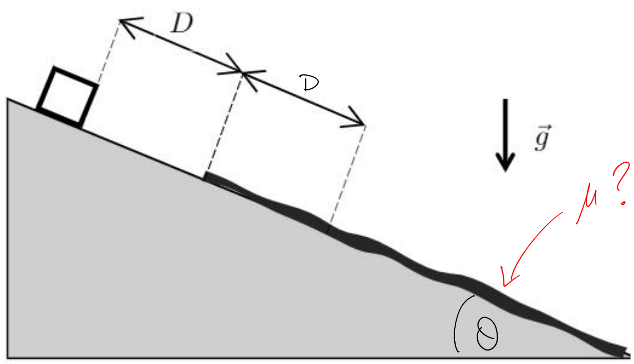
coef. de roce cinético

↪ en el caso crítico se tiene que f_r estático $= \mu_e N$

↪ la fuerza de roce es paralela a la superficie rugosa

↪ notar que μ_e y μ_c son adimensionales

P1 [redacted]

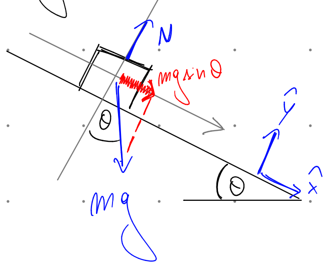


→ Como la masa va en movimiento, μ es cinemático

↪ idea: por 2da ley de Newton tendremos la (des)aceleración, involucrando μ. Luego aplicaremos lo que sabemos de cinemática

↪ Analicemos el tramo sin roce, en específico, la rapidez que tendrá al llegar a la zona con roce.

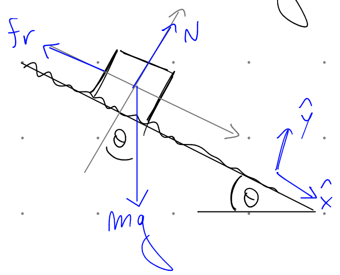
DCL



$$\hat{x}\rfloor \quad mg\sin\theta = m\cdot a \Rightarrow \underline{a = g\sin\theta}$$

Usando Torricelli $\quad V_f^2 - \underbrace{V_i^2}_{0} = 2a\cdot d \rightarrow V_f^2 = 2(g\sin\theta)D \;//$

↳ Ahora veamos la zona con roce.



$$\hat{y}\rfloor \quad N - mg\cos\theta = 0 \Rightarrow N = mg\cos\theta$$

$$\hat{x}\rfloor \quad mg\sin\theta - fr = m\cdot a$$

pero $fr = \mu N = \mu\, mg\cos\theta \Rightarrow \hat{x}\rfloor \quad mg\sin\theta - \mu mg\cos\theta = m\cdot a \Rightarrow a = g(\sin\theta - \mu\cos\theta)$

↪ tenemos la aceleración, así que apliquemos Torricelli

$$\underbrace{\cancel{V_f^2}}_{0} - V_i^2 = 2ad \Rightarrow -\cancel{2g}\sin\theta\,\cancel{D} = \cancel{2g}(\sin\theta - \mu\cos\theta)\cancel{D}$$

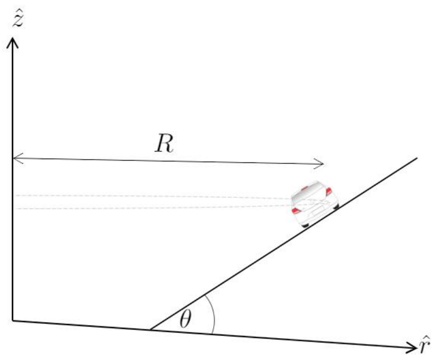
↳ la anterior

$$\Rightarrow -\sin\theta = \sin\theta - \mu\cos\theta$$

$$\therefore \boxed{\mu = \frac{2\sin\theta}{\cos\theta} = 2\tan\theta}$$

↪ notemos que $a = g(\sin\theta - 2\sin\theta) = -g\sin\theta$ lo que es esperado (el signo)

P2



→ Dato: cuando $v = 80$ km/h no actúa roce

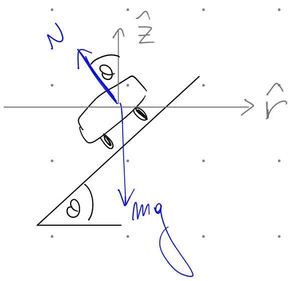
— μ_e y μ_c

→ ¿ v_{min} y $v_{máxima}$?

→ θ no es dato

- Analicemos el caso sin roce.

Si hacemos un DCL:



$$\hat{z}\rfloor \quad N\cos\theta - mg = 0 \quad \Rightarrow \quad N = mg/\cos\theta$$

$$\hat{r}\rfloor \quad -N\sin\theta = m \cdot a \quad \rightsquigarrow \quad ¿\,a\,?$$

notemos que hay un movimiento circular, entonces la aceleración presente tiene que cumplir el rol de aceleración centrípeta:

$$\vec{a} = \vec{a}_c = -\frac{v^2}{R}\,\hat{r}$$

así $\hat{r}\rfloor \quad -N\sin\theta = m\left(-\frac{v^2}{R}\right) \iff mg\,\frac{\sin\theta}{\cos\theta} = m\frac{v^2}{R} \Rightarrow \boxed{\tan\theta = \frac{v^2}{gR}}$

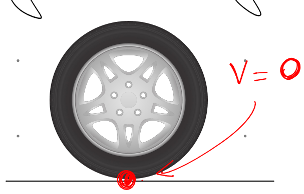
- Analicemos los casos con roce

↳ intuición:

si v es pequeño ⇒ el auto quiere bajar ↙, pero la fuerza de roce lo sujeta

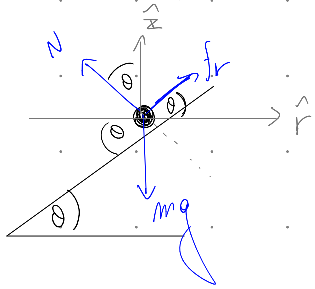
si v es grande ⇒ el auto quiere subir ↗, pero la fuerza de roce lo "tira"

↳ algo mind-blowing: ¿qué fuerza de roce actúa? ... la estática!!



→ un análogo es cuando caminamos. Nuestros pies, al tocar el piso tienen vel. nula!

~> Dicho esto, calculemos la vel mínima: (la fuerza de roce sostiene al auto)



$$\hat{z}] \quad N\cos\theta + fr\sin\theta - mg = 0$$

$$\hat{r}] \quad fr\cos\theta - N\sin\theta = m \cdot a = -m \cdot \frac{V_{min}^2}{R}$$

Como estamos analizando un caso crítico $\Rightarrow fr = \mu_e \cdot N$

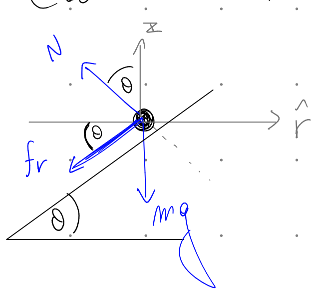
$$\Rightarrow \hat{z}] \quad N\cos\theta + \mu_e N\sin\theta - mg = 0 \Rightarrow N = \frac{mg}{\cos\theta + \mu_e\sin\theta}$$

Reemplazando en $\hat{r}]$: $\mu_e N\cos\theta - N\sin\theta = N(\mu_e\cos\theta - \sin\theta) = -m\frac{V_{min}^2}{R}$

$$\Rightarrow -\frac{mV_{min}^2}{R} = mg\frac{(\mu_e\cos\theta - \sin\theta)}{(\cos\theta + \mu_e\sin\theta)}$$

$$\therefore \boxed{V_{min} = \sqrt{gR\frac{(\sin\theta - \mu_e\cos\theta)}{\cos\theta + \mu_e\sin\theta}}}$$

~> Calculemos la vel máxima: (la fuerza de roce "tira" al auto)



$$\hat{z}] \quad N\cos\theta - fr\sin\theta - mg = 0$$

$$\hat{r}] \quad -N\sin\theta - fr\cos\theta = -m\frac{V_{max}^2}{R}$$

es muy similar al caso anterior

$$\hookrightarrow fr = \mu_e N \Rightarrow \hat{z}] \quad N(\cos\theta - \mu_e\sin\theta) = mg$$

$$\Rightarrow N = \frac{mg}{\cos\theta - \mu_e\sin\theta}$$

Reemplazando en $\underline{\hat{r}}$ $-N\sin\theta - \mu_e N\cos\theta = -m\frac{V_{max}^2}{R}$

$$\Rightarrow V_{max}^2 = \frac{R}{m} N\left(\sin\theta + \mu_e\cos\theta\right) = gR\left(\frac{\sin\theta + \mu_e\cos\theta}{\cos\theta - \mu_e\sin\theta}\right)$$

$$\therefore \boxed{V_{max} = \sqrt{gR\left(\frac{\sin\theta + \mu_e\cos\theta}{\cos\theta - \mu_e\sin\theta}\right)}}$$

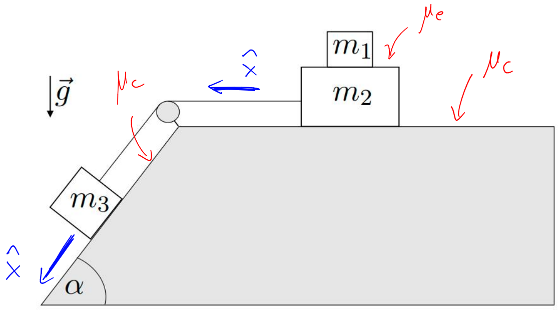
* numéricamente $\longrightarrow \mu_e = 0.3$

$$\tan\theta = \frac{v^2}{gR} = \frac{(80\ \mathrm{km/h})^2}{10\ \mathrm{m/s^2}\ 30\ \mathrm{m}} = 1.646 \Rightarrow \theta \approx 58.72°$$

$$V_{min} = \sqrt{gR\left(\frac{\sin\theta - \mu_e\cos\theta}{\cos\theta + \mu_e\sin\theta}\right)} \approx 16.44\ \mathrm{m/s} \approx 59\ \mathrm{km/h}$$

$$V_{max} = \sqrt{gR\left(\frac{\sin\theta + \mu_e\cos\theta}{\cos\theta - \mu_e\sin\theta}\right)} \approx 33.96\ \mathrm{m/s} \approx 123\ \mathrm{km/h}$$

P3



¿ m_3 para que m_1 no se caiga?

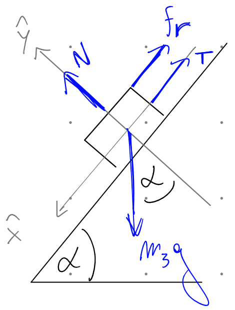
→ Antes de partir notemos que:

$a_{m_2} = a_{m_3}$ → unidos por la misma cuerda

$a_{m_2} = a_{m_1}$ → así m_1 no se cae

$\Rightarrow a_{m_1} = a_{m_2} = a_{m_3} = a$ //

Realicemos DCL para m_3:



$$\hat{y}\rfloor \quad N - m_3 g \cos\alpha = 0 \quad \Rightarrow \quad N = m_3 g \cos\alpha$$

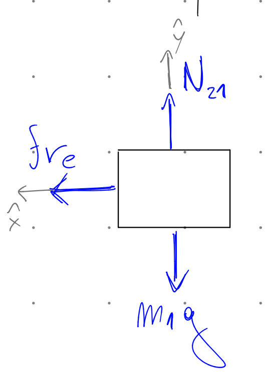
$$\hat{x}\rfloor \quad m_3 g \sin\alpha - f_r - T = m_3 a$$

en este caso la fuerza de roce es cinético $\Rightarrow f_r = \mu_c N = \mu_c m_3 g \cos\alpha$

así:

$$\hat{x}\rfloor \quad m_3 g \sin\alpha - \mu_c m_3 g \cos\alpha - T = m_3 a \quad \Longleftrightarrow \quad m_3 g(\sin\alpha - \mu_c\cos\alpha) - T = m_3 a \; (1$$

→ DCL para m_1:



→ notar que la fuerza de roce "obliga" a m_1 moverse junto a m_2

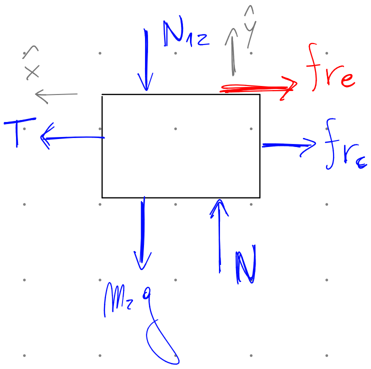
$$\hat{y}\rfloor \quad N - m_1 g = 0 \quad \Rightarrow \quad N_{21} = m_1 g$$

$$\hat{x}\rfloor \quad f_{r_e} = m_1 a$$

→ Como queremos ver el máximo valor de m_3, nos ponderemos en nuestro caso límite.

estático! ← $f_{r_e} = \mu_e \cdot N_{21} = \mu_e \cdot m_1 g \quad \Rightarrow \quad \hat{x}\rfloor \; \mu_e m_1 g = m_1 a \quad \therefore \; \underline{a = \mu_e g} \; (2.$

DCL para m_2:



$\rightsquigarrow$ la fuerza de roce estática que siente m_1 también afecta a m_2 debido a la 3ra Ley de Newton

$\hat{y}\rfloor \quad N - N_{12} - m_2 g = 0 \quad \rightsquigarrow$ pero $N_{12} = N_{21} = m_1 g$

$$\Rightarrow N = g(m_1 + m_2)$$

$\hat{x}\rfloor \quad T - fr_e - fr_c = m_2 a$

pero $fr_e = m_1 \cdot a$ y $fr_c = \mu_c \cdot N = \mu_c g (m_1 + m_2)$

así: $\hat{x}\rfloor \quad T - m_1 a - \mu_c g (m_1 + m_2) = m_2 a \quad \Rightarrow T = (m_1 + m_2) a + \mu_c g (m_1 + m_2)$

$$\Rightarrow T = (m_1 + m_2)(a + \mu_c g) \qquad (3)$$

Reemplazando (3) en (1)

$$\Rightarrow m_3 g (\sin\alpha - \mu_c \cos\alpha) - (m_1 + m_2)(a + \mu_c g) = m_3 \cdot a$$

$$\Rightarrow m_3 [g \sin\alpha - g \mu_c \cos\alpha - a] = (m_1 + m_2)(a + \mu_c g)$$

$\rightsquigarrow$ Usando (2): $a = \mu_e g \quad \Rightarrow m_3 g [\sin\alpha - \mu_c \cos\alpha - \mu_e] = (m_1 + m_2) g (\mu_e + \mu_c)$

$$\boxed{\therefore\ m_3 = \frac{(m_1 + m_2)(\mu_e + \mu_c)}{\sin\alpha - \mu_c \cos\alpha - \mu_e}}$$

notar que, si $\alpha = 90°$: $m_3 = \dfrac{(m_1 + m_2)(\mu_e + \mu_c)}{1 - \mu_e}$