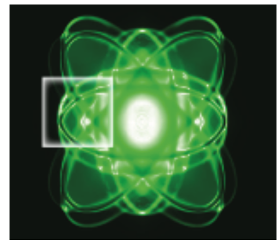
Electromagnetismo
Semestre Otoño 2021
Prof. F. Brieva
Profs. Aux. L. González, P. Palma, B. Pérez

PROBLEMAS
16 de abril de 2021

Problema 3

Considere el siguiente modelo para un núcleo de un átomo: el núcleo esta compuesto por una esfera maciza de radio R, la cual tiene una densidad de carga volumétrica radial $\rho(r) = \rho_0(1 - r^2/R^2)$, donde ρ_0 tiene dimensiones de C/m^3 y r es la coordenada radial. Encuentre el potencial eléctrico en todo el espacio.



Respuestas:
a) $r \geq R$: $\varphi(r) = \frac{2\rho_0 R^3}{15\epsilon_0 r}$
$r < R$: $\varphi(r) = \frac{2\rho_0 R^2}{15\epsilon_0} - \frac{\rho_0}{\epsilon_0}\left(\frac{1}{6}(r^2 - R^2) - \frac{1}{20R^2}(r^4 - R^4)\right)$

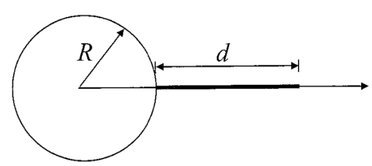
Problema 4

Las superficies interior ($r = a$) y exterior ($r = b$) de un cascarón esférico no conductor tienen la misma densidad de carga σ constante. La densidad de carga en el resto del espacio es nula. Encuentre el campo eléctrico en las zonas $r < a$, $a < r < b$, y $r > b$. ¿Cómo cambian sus resultados si ahora la superficie interior posee una densidad de carga $-\sigma$?
Respuestas:

$$\begin{array}{lll} r < a: & \vec{E} = 0, & \text{no cambia el resultado;} \\ a < r < b: & \vec{E} = \frac{\sigma}{\epsilon_0}\left(\frac{a}{r}\right)^2 \hat{r}, & \text{el campo invierte su dirección;} \\ r > b: & \vec{E} = \frac{\sigma}{\epsilon_0}\left(\frac{a^2+b^2}{r^2}\right)\hat{r}, & \vec{E} = \frac{\sigma}{\epsilon_0}\left(\frac{b^2-a^2}{r^2}\right)\hat{r} \end{array}$$

Problema 5

Una esfera uniformemente cargada (con carga total Q) y de radio R está centrada en el origen. Determine la fuerza resultante que actúa sobre una línea uniformemente cargada (con carga total q) orientada radialmente y con sus extremos en $r = R$ y $r = R + d$.
Respuesta: $\vec{F} = \frac{\lambda Q}{4\pi\epsilon_0}\left(\frac{1}{R} - \frac{1}{R+d}\right)\hat{r} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{qQ}{R(R+d)}\hat{r}$



Problema 6

Una carga total Q se distribuye uniformemente en el volumen de una esfera de radio R.
Calcular la energía electrostática de esta configuración de carga siguiendo los siguientes caminos:
a) Calcule el trabajo que se requiere para armar la esfera cargada a través de mover capas infinitesimales de cargas sucesivas, desde el infinito a su ubicación final.

b) Calcule la integral de volumen del campo eléctrico que produce la distribución de carga en todo el espacio (Ω),

$$W_e = \frac{\epsilon_0}{2} \int_\Omega \|\vec{E}(\vec{r})\|^2 \, dV$$

c) Calcule

$$W_e = \frac{1}{2} \int_{esfera} \rho(\vec{r}) \, \phi(\vec{r}) \, dV$$

donde ρ es la densidad volumétrica de carga y ϕ es el potencial electrostático. Discuta las diferencias con el cálculo realizado en (b).
Respuesta: $W_e = \frac{3\,Q^2}{20\,\pi\,\epsilon_0\,R}$