

MA2601-6. Ecuaciones Diferenciales Ordinarias**Profesor:** Alexis Fuentes**Auxiliares:** Vicente Salinas**Fecha:** 9 de julio de 2021**Auxiliar 12: Análisis cualitativo de sistemas de EDO**

P1. Cierta sistema no lineal autónomo, al ser expresado en coordenadas polares queda de la forma

$$r' = \frac{3-r}{2}$$

$$\theta' = 1$$

Denotemos $(x(t), y(t)) = (r(t) \cos(\theta(t)), r(t) \sin(\theta(t)))$. Determine $x(t)$ e $y(t)$, luego bosqueje las trayectorias que satisfacen las condiciones $(x(0), y(0)) = (0, 1)$, $(x(0), y(0)) = (3, 0)$ y $(x(0), y(0)) = (4, 0)$.

P2. Considere la siguiente ecuación diferencial ordinaria de segundo orden no-lineal que modela la dinámica del desplazamiento angular θ con respecto a la vertical de una varilla flexible con una masa en su extremo que oscila:

$$\theta'' - \frac{1}{2}\theta + \theta^3 + \beta\theta' = 0$$

donde β es un parámetro asociado al sistema físico.

a) Reescriba la ecuación como un sistema no lineal equivalente en las variables $x = \theta$ e $y = \theta'$. Encuentre los puntos críticos de dicho sistema en función de β .

b) Si $\beta > 0$ y $\beta \neq 2$, clasifique los puntos críticos según tipo y estabilidad para distintos, valores de β . Haga un gráfico cualitativo de cada uno de ellos.

c) Si $\beta = 0$, pruebe que la función $E(x, y) = 8y^2 - 4x^2 + 4x^4$ es constante a lo largo de las trayectorias del sistema.

P3. Considere el SNLA

$$x' = -3x + y^2 + 2$$

$$y' = x^2 - y^2$$

a) Encuentre todos los puntos críticos del sistema.

b) Clasifique los puntos críticos de acuerdo a tipo y estabilidad.