

MA3403-5. Probabilidades y Estadística**Profesor:** Laura Pérez**Auxiliares:** Vicente Salinas y Benjamín Jauregui**Fecha:** 15 de julio de 2021**Auxiliar 14**

P1. La intensidad o brillo aparente de una estrella, medida por un instrumento adecuado, se modela como una variable aleatoria normal con ambos parámetros desconocidos. Al tomar una muestra de 25 datos usted obtiene un promedio de 204,5 y una desviación estándar muestral de 7,2.

- Encuentre un intervalo de confianza para la media al nivel de 90 %.
- Usted se da cuenta que las especificaciones técnicas del instrumento de medición indican que la varianza real de las mediciones es de 49,0. Encuentre un nuevo intervalo de confianza para la media al nivel de 90 %.
- Usted no está satisfecho con el resultado anterior, y desea obtener un nuevo intervalo cuyo largo sea de a lo más 2,3, manteniendo el nivel de confianza. ¿Cuántas mediciones adicionales necesita?
- Usted se da cuenta que no dispone de tiempo para tomar esas mediciones adicionales, y decide trabajar con los 25 datos iniciales. ¿Que nivel de confianza entrega un intervalo con el largo deseado de 2,3.

P2. El dueño de una revista afirma que, de acuerdo a la experiencia en años anteriores, el 60 % de las personas suscritas a la revista renuevan su suscripción, pero el editor de la revista afirma que las preferencias del público han cambiado y que el porcentaje de renovación es estrictamente menor a 60 %. Para resolver esta discrepancia, se toma una muestra de 200 personas con su suscripción y se observa que 108 de ellas la renovaron este año. Para $\alpha = 2,5\%$, ¿Debe rechazarse la afirmación del dueño y fallar a favor del editor?

P3. En el 2022, para ir de la Facultad a su casa, usted tiene dos opciones: Puede esperar el bus de la línea A en el paradero P_A , o el bus B en el paradero P_B . Los tiempos T_A y T_B (en minutos) que tarda en pasar el siguiente bus de la línea respectiva son variables aleatorias exponenciales independientes de parámetros λ_A y λ_B , respectivamente. Suponga que usted escoge el paradero al azar, independiente de T_A y T_B . Sea T su tiempo de espera para abordar el bus.

- Muestre que $\mathbb{P}(T_A < T_B) = \frac{\lambda_A}{\lambda_A + \lambda_B}$
- Si a los t minutos usted sigue en el paradero, ¿cuál es la probabilidad de que pecte esperando el bus de la línea A ? Suponiendo que $\lambda_B > \lambda_A$, ¿Qué ocurre cuando t es grande?
- Si usted cambia su estrategia: se ubica a media camino entre los paraderos, y apenas visualiza el primer bus que viene llegando, usted corre al paradero correspondiente y aborde el bus, ¿Cuál es la distribución de T con esta estrategia?

P4. La base de un rectángulo es una v.a. $X \sim \exp(1)$. Una vez que conocemos el valor $X = x$ de la base entonces la altura del rectángulo esta dada por otra v.a. $Y \sim Unif(0, x)$. ¿Cuál es el valor esperado del área de este rectángulo?

Hint: le puede servir la integral $\int x^2 e^{-x} dx = -e^{-x}(x^2 + 2x + 2) + constante$.

Propuestos

Prop1 En una reciente encuesta hecha a 100 estudiantes de la FCFM, el 55 % se mostró a favor de la reducción del horario de las clases de 1 y media a 1 con 15 minutos. Determine un intervalo de confianza del 95 % para la proporción de estudiantes que están a favor de esta implementación. ¿Puede decir que la mayoría de los estudiantes está a favor de la medida? ¿Con qué confianza puede decir que la mayoría de los estudiantes está a favor

Prop2 Un director de un cierto colegio afirma que los estudiantes del colegio son mas inteligentes que el promedio. Una muestra aleatoria de los IQ de 30 estudiantes tienen un promedio de 112,5. El promedio de IQ de la población es de 100 con desviación estándar de 15.

- Si bien hay pocos datos, uno puede usar la tabla normal junto a su respectivo estadístico en este caso. ¿Por qué?
- ¿Hay suficiente evidencia que respalde la afirmación del director?