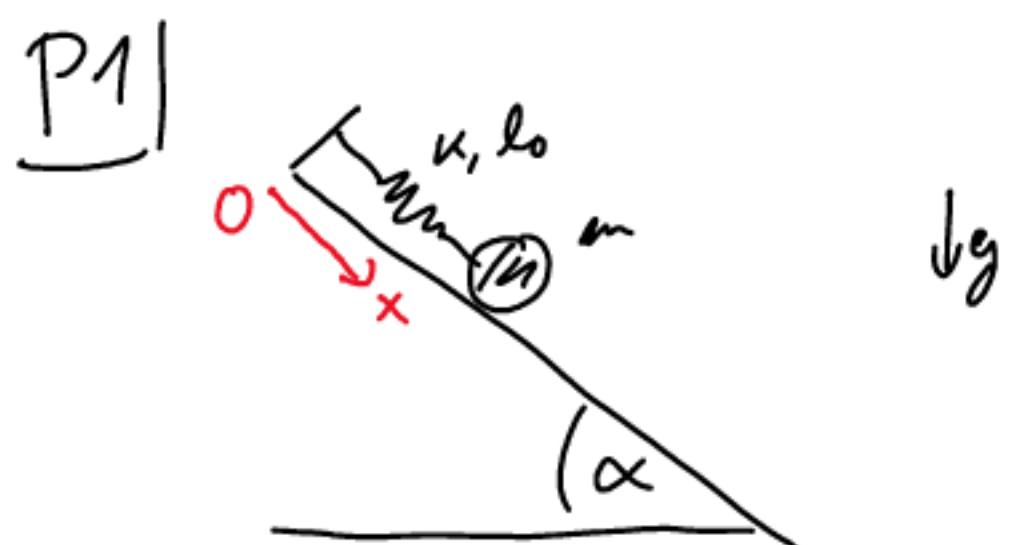


Solucion examen

lunes, diciembre 20, 2021 9:15 AM



Tomamos el sistema de coordenadas indicado con rojo en la figura

La EC de movimiento es

$$m\ddot{x} = -k(x - x_0) + mg \sin \alpha$$

$$\ddot{x} = -\left(\frac{k}{m}\right)x + \left[\frac{kx_0}{m} + g \sin \alpha\right]$$

C.C.T.E.

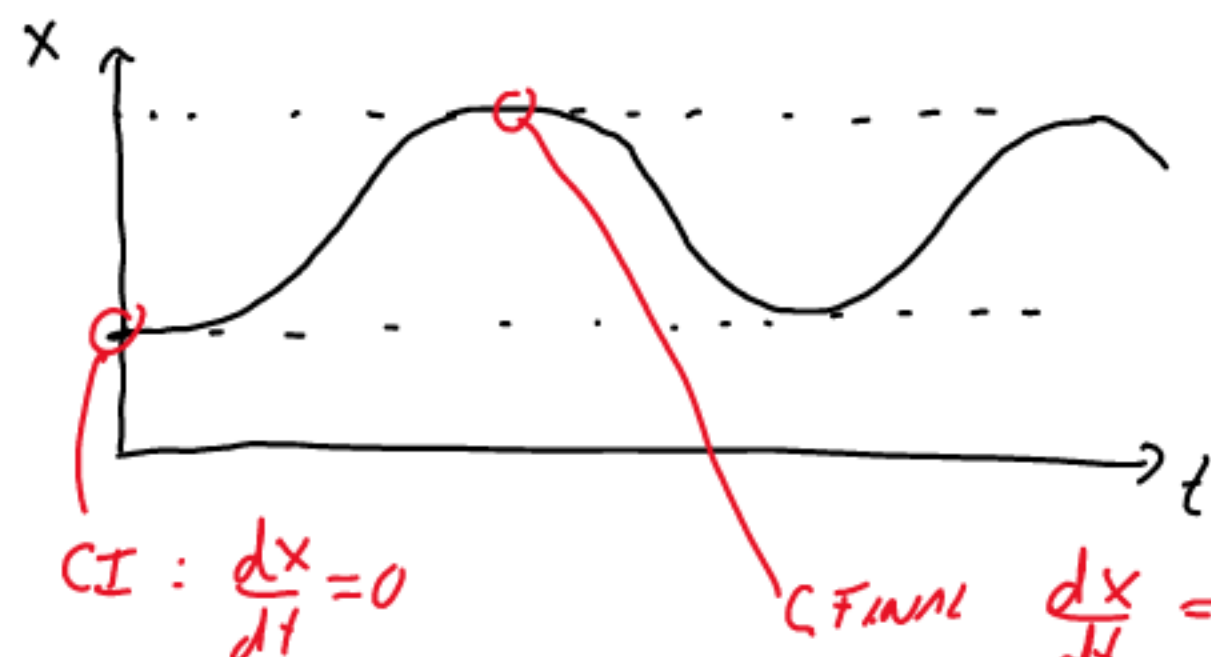
Es un P.A.S. con frecuencia angular

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

y periodo

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$$

La C.I. es que está detenido y se pregunta por el estado final puede también estar detenido. La gráfica de la evolución es



Entre los dos hay medio periodo

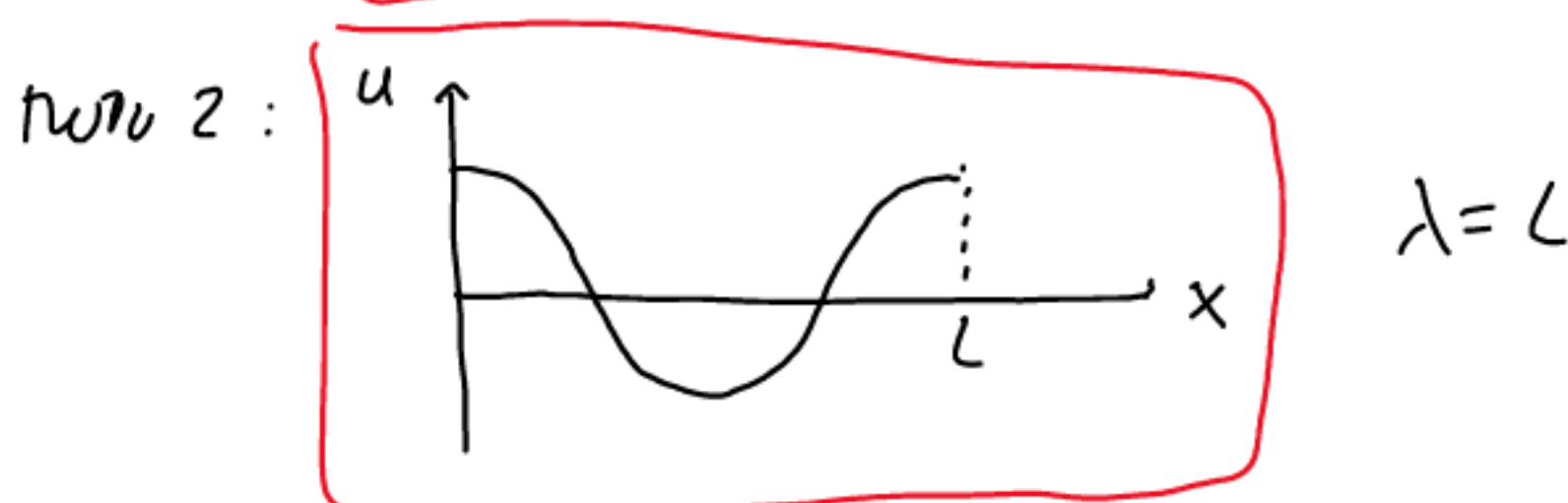
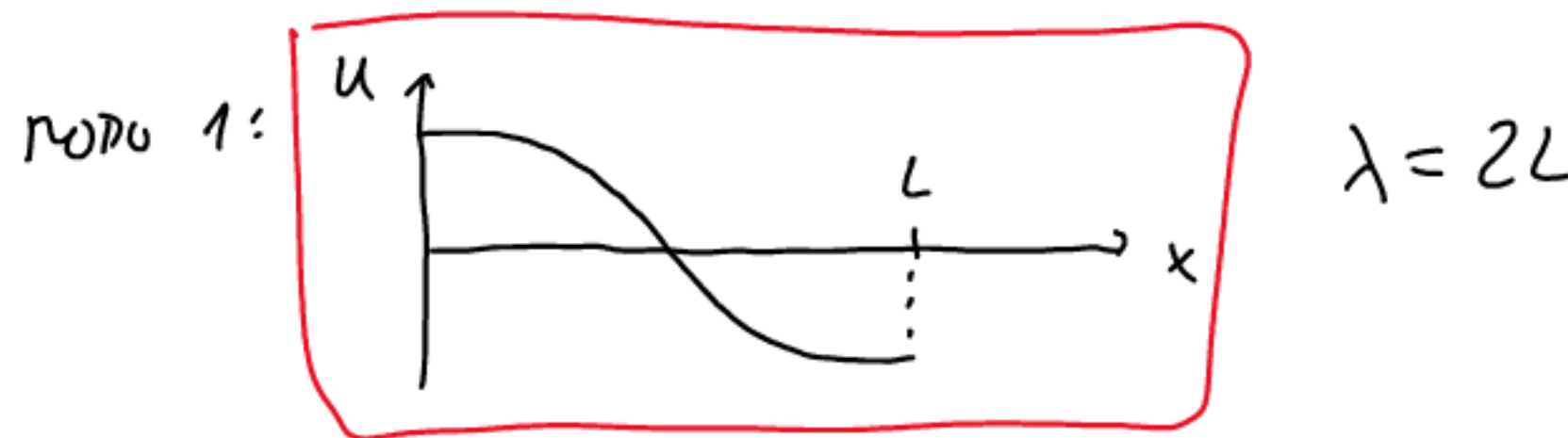
⇒ La respuesta es:

$$\Delta t = \frac{T}{2} = \pi \sqrt{\frac{m}{k}}$$



Se dice que las condiciones de borde son $\frac{du}{dx} = 0$

eso permite dibujar los 2 primeros modos y deducir la longitud de onda



La frecuencia se calcula de la relación:

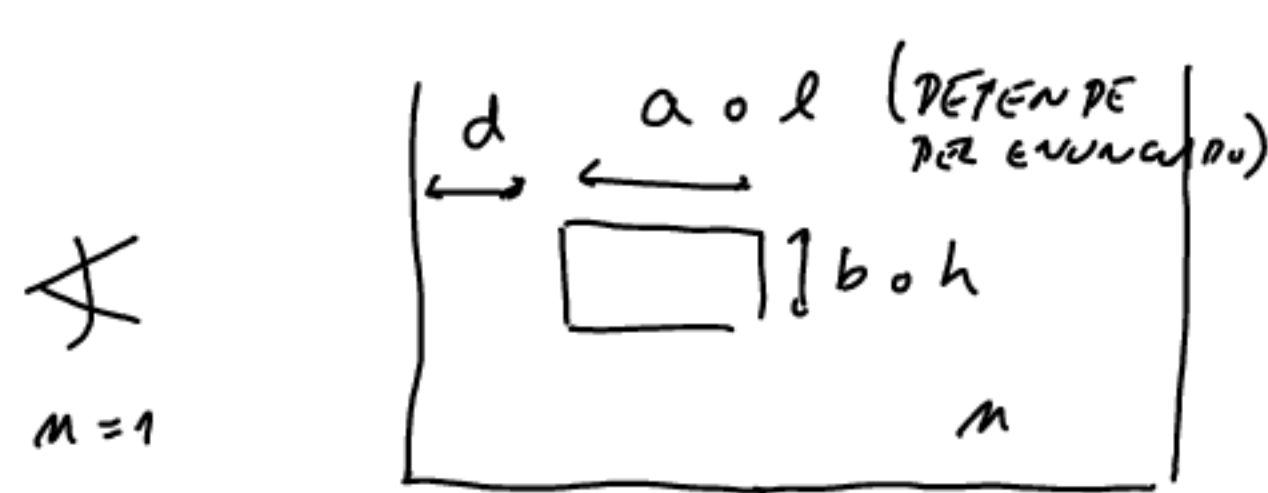
$$\lambda f = c = \sqrt{g h_0}$$

$$f = \frac{\sqrt{g h_0}}{\lambda}$$

$$\Rightarrow \text{Modo 1: } f_1 = \frac{\sqrt{g h_0}}{2L}$$

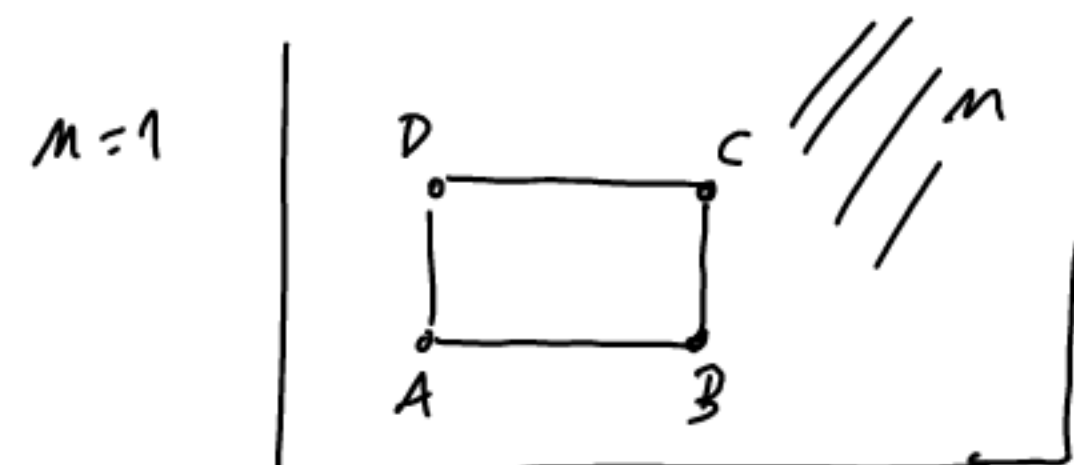
$$\text{Modo 2: } f_2 = \frac{\sqrt{g h_0}}{L} = 2f_0$$

P4



Usaré la notación a, b

Para calcular el tamaño aparente, se debe calcular la posición de las imágenes



1°) Sabemos que en una interfase plana, la reflexión vertical es 1, no cambia la altura. Entonces $b' = b$

2°) Para el largo calculamos las imágenes recordando que $s' = s \left(\frac{n_2}{n_1}\right)$

$$s' = \frac{s}{m}$$

⇒ El punto A queda a distancia

$$d' = \frac{d}{m}$$

⇒ El punto B queda a distancia

$$\frac{d+a}{m}$$

con lo que $a' = \left(\frac{d+a}{m}\right) - \frac{d}{m}$

$$= \frac{a}{m}$$

El pez se le ve tamaño

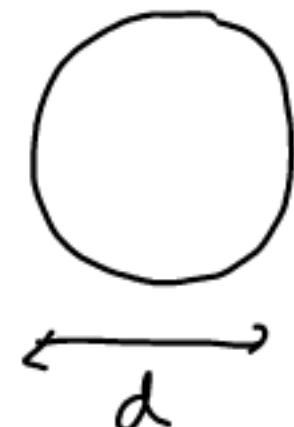
$$\frac{a}{m} \times b$$

P5

En el enunciado no se dice si el tamaño que se da es radio o diámetro. Para la parte usaremos diámetro, pero para radio también es correcto.

Hay varias formas de hacerlo. Lo más simple es por Heisenberg o usando el resultado del 10º problema

Forma 1



Sabemos que está en el núcleo, pero no puede.

Hay incertidumbre,

con $\Delta x \approx d$

$$\Delta y \approx d$$

$$\Delta z \approx d$$

ojo, el punto es 3D

Por principio de incertidumbre

$$\Delta p_{x,y,z} \approx \frac{h}{d}$$

⇒ La energía cinética se puede estimar como

$$K = \frac{p_x^2 + p_y^2 + p_z^2}{2m}$$

$$\approx \frac{3h^2}{2md^2} = \frac{3h^2}{(2\pi)^2 2m d^2}$$

P5A

$$d = 2,3 \times 10^{-15} \text{ m}$$

$$K = 3,5 \times 10^{-9} \text{ J} = 2,2 \times 10^{10} \text{ eV}$$

P5B

$$d = 3,8 \times 10^{-15} \text{ m}$$

$$K = 1,3 \times 10^{-9} \text{ J} = 7,9 \times 10^9 \text{ eV}$$

P5C

$$d = 4,5 \times 10^{-15} \text{ m}$$

$$K = 9,1 \times 10^{-10} \text{ J} = 5,7 \times 10^9 \text{ eV}$$

P5D

$$d = 6,8 \times 10^{-15} \text{ m}$$

$$K = 4,0 \times 10^{-10} \text{ J} = 2,5 \times 10^9 \text{ eV}$$

Forma 2

En el 10º problema 1D,

la solución de la EC de Schrödinger dio que el estado fundamental tenía energía (cinética)

$$K_{1D} = \frac{h^2}{2md^2}$$

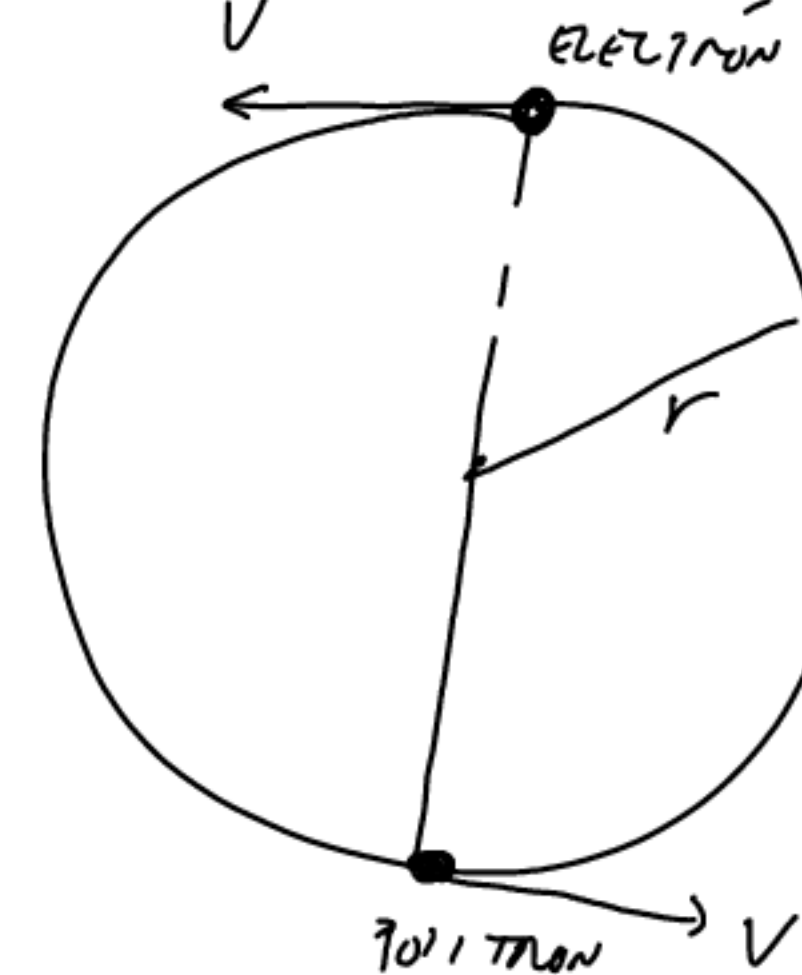
En 3D es:

$$\left[K = \frac{3h^2}{2md^2} \text{ y da lo mismo que antes} \right]$$

Ojo:

Si se hubiera usado que d es el radio, entonces todas las energías se dividirían por 4

P6



Tanto el electrón como el positrón tienen órbitas circulares. El balance de fuerzas da

$$m a = F$$

$$m \frac{v^2}{r} = \frac{K e^2}{d^2} = \frac{K e^2}{4r^2}$$

$$\Rightarrow v^2 = \frac{K e^2}{4m r}$$

La cuantización de Bohr dice que

a) el perímetro es un número entero de longitudes de onda

$$2\pi r = n \lambda = n \frac{h}{p} = \frac{m h}{m v}$$

$$\left[m r v = m \frac{h}{2\pi} = m \hbar \right]$$

o bien

b) el momento angular es un número entero de \hbar

$$\left[m r v = m \hbar \right]$$

P6 CONT.

En el estado fundamental

$$\left[m r v = \hbar \right] \text{ (1)}$$

Además tenemos

$$\left[v^2 = \frac{K e^2}{4m r} \right] \text{ (2)}$$

$$\text{De (1)} \quad v = \frac{\hbar}{m r}$$

en (2)

$$\frac{\hbar^2}{m^2 r^2} = \frac{K e^2}{4m r}$$

$$\Rightarrow r = \frac{4\hbar^2}{m K e^2}$$

$$\Rightarrow v = \frac{\hbar}{m r} = \frac{K e^2}{4\hbar}$$

$$\Rightarrow \left[v = \frac{\hbar}{m r} = \frac{K e^2}{4\hbar} \right]$$

La energía del positronio es

$$E_{\text{pos}} = K_e + K_p + U$$

$$= \frac{m v^2}{2} + \frac{m v^2}{2} - \frac{K e^2}{d}$$

$$= m v^2 - \frac{K e^2}{2r}$$

$$= \frac{m K^2 e^4}{16 \hbar^2} - \frac{K e^2}{2} \frac{m K e^2}{4 \hbar^2}$$

$$E_{100} = -\frac{m K^2 e^4}{8 \hbar^2}$$

Para sacar el valor numérico,

se pueden reemplazar los CTE

o bien, se compara con el átomo de hidrógeno

$$E_H = -\frac{m K^2 e^4}{2 \hbar^2} = -13,6 \text{ eV}$$

$$\Rightarrow E_{100} = \frac{1}{4} E_H = -3,4 \text{ eV}$$