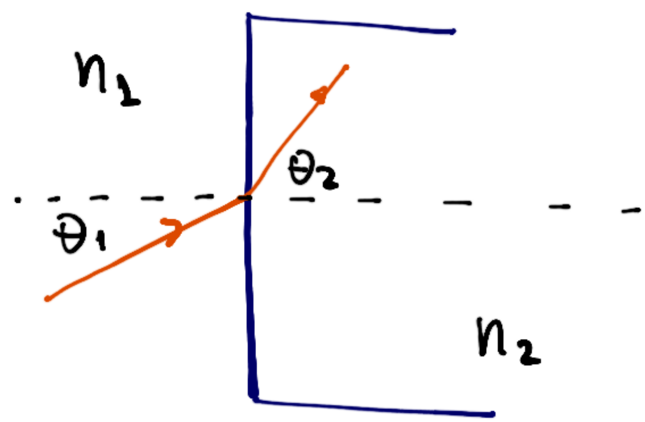
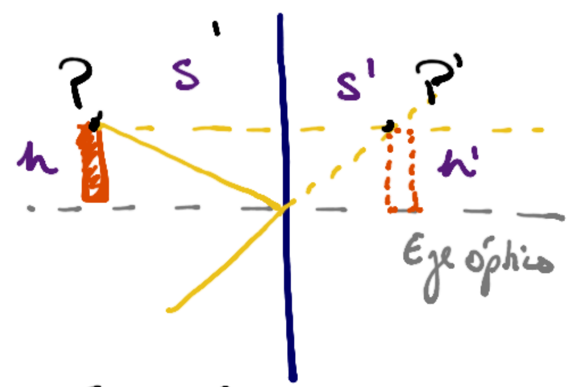
Pauta Aux 7

Resumen de óptica

① Ley de Snell $n_1 \operatorname{sen}\theta_1 = n_2 \operatorname{sen}\theta_2$



② Imágenes en espejos



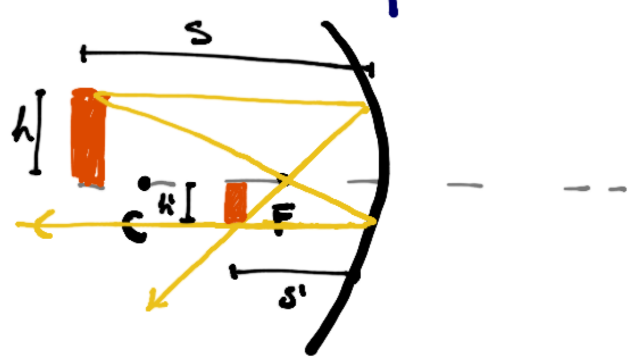
S = distancia del objeto al espejo

s' = " " imágen al espejo

h = altura del objeto

h' = " " imágen

C = centro de curvatura del espejo



F= Foco del espejo ($R/2$)

m= aumento lateral h'/h.

Regla de signos:

- Si s esta del mismo lado de la superficie reflectante o refractiva que la luz entrante, s se toma positivo. (sino $s<0$)

- Si s' esta del mismo . . . . que la luz saliente s' se toma positivo. (Si no $s'<0$)

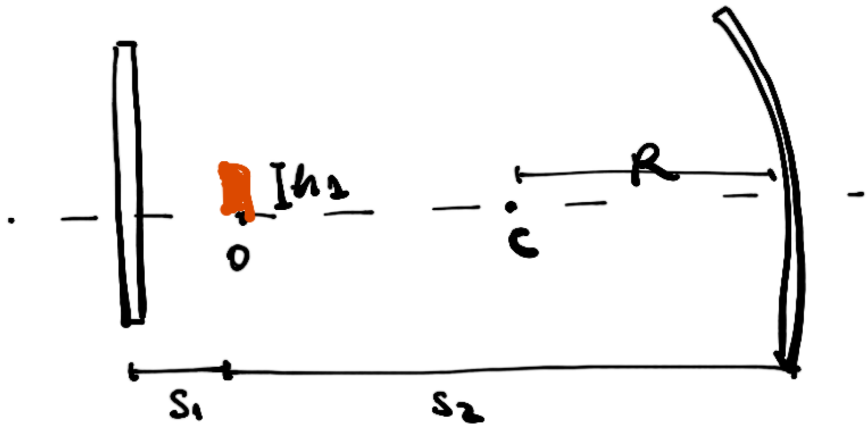
- Cuando el centro de curvatura C está del mismo lado que la luz saliente tomamos el radio de curvatura positivo (si no $R<0$)

fórmula:

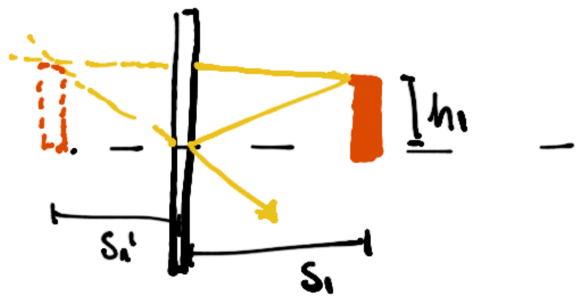
$$\boxed{\frac{1}{s}+\frac{1}{s'}=\frac{2}{R}=\frac{1}{f}} \; ; \; \boxed{m=\frac{-s'}{s}}$$

P1)

Tenemos:



primero el espejo plano:



Usando $\frac{1}{s_1} + \frac{1}{s_1'} = \frac{2}{R}$

donde en un espejo plano $R \to \infty$

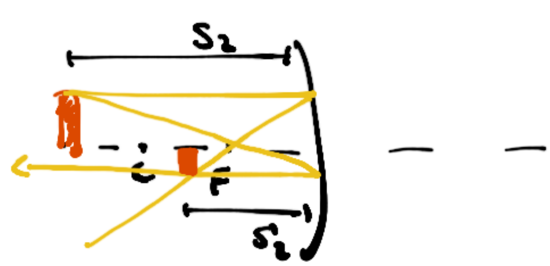
$$\frac{1}{s_1} + \frac{1}{s_1'} = 0 \Rightarrow \boxed{s_1 = -s_1'}$$

$m = -\frac{s_1'}{s_1} = 1$

como s_1' esta al otro lado que la luz saliente es negativo.

$\Rightarrow$ NO ESTÁ INVERTIDA imagen virtual $s_1' < 0$

para el espejo concavo:



usamos $\frac{1}{S_2} + \frac{1}{S_2'} = \frac{2}{R}$, en este caso $S_2' > 0$ y $R > 0$

$$S_2' = \left(\frac{2}{R} - \frac{1}{S_2}\right)^{-1}$$

$$= \left(\frac{2S_2 - R}{R \cdot S_2}\right)^{-1}$$

$$S_2' = \frac{RS_2}{2S_2 - R} = \frac{10\,[m] \cdot 20\,[m]}{2 \cdot 20\,[m] - 10\,[m]}$$

$$= \frac{20\cancel{0}\, m^{\cancel{2}}}{3\cancel{0}\, \cancel{m}}$$

$$\underbrace{\boxed{S_2' = \frac{20}{3}[m]}}$$

$S_2 > 0 \Rightarrow$ imagen real

y $m = \frac{-S_2'}{S_2} = \frac{-\frac{20}{3}[m]}{20[m]} = \frac{-1}{3}$

$m < 0$

$\Longrightarrow$ se invirtió y

disminuyó $\frac{1}{3}$ la altura, según

$$m = -\frac{h'}{h} \Rightarrow h' = -mh$$

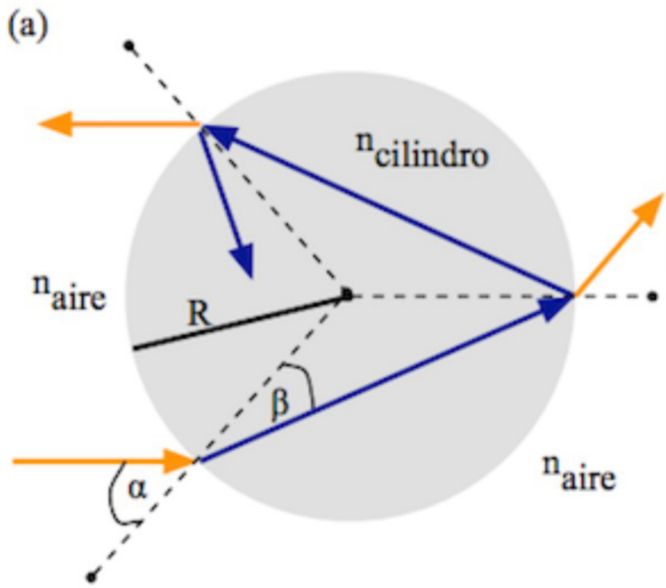
$$\boxed{h' = \frac{1}{2} \cdot h_1}$$

P2)

Tenemos 4 situaciones que queremos que ocurran:

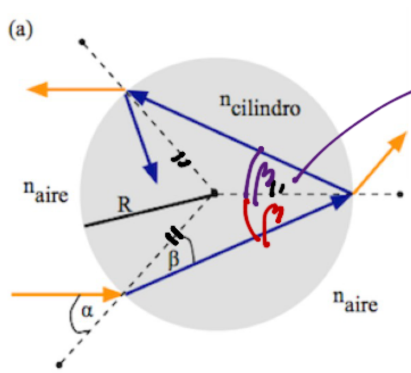
a) Queremos:

¿encontrar α



Obtengamos relaciones geométricas

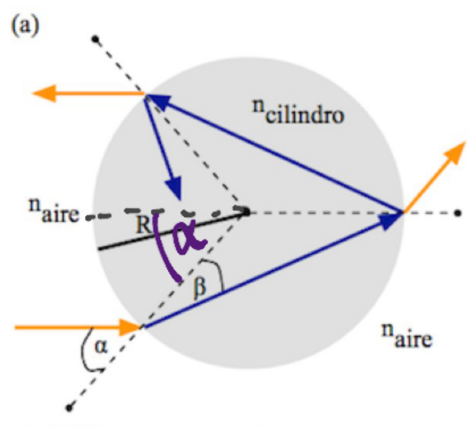
1

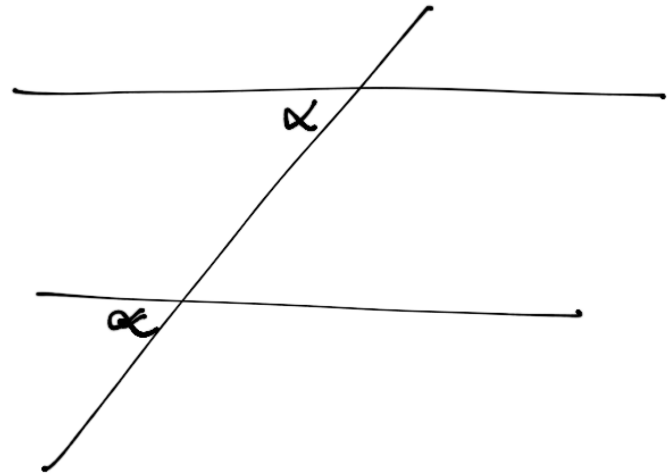


también es β ya que ángulo reflejado es igual al incidente.

triángulo isósceles

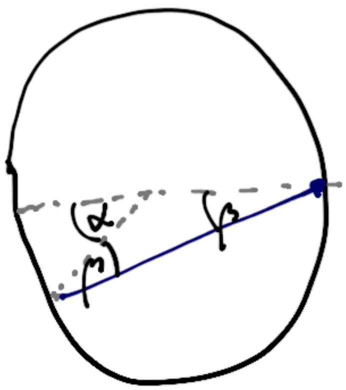
②



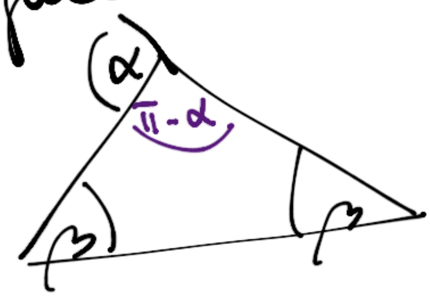


propiedad de rectas paralelas.

③



Tenemos el triángulo



Luego como suman π :

$$\beta+\beta+\pi-\alpha=\pi$$

$$\boxed{2\beta=\alpha}$$

por otra parte por Snell:

$$n_{aire}\,\text{sen}\,\alpha = n_{cilindro}\,\text{sen}\,\beta$$

usando $2\beta=\alpha$

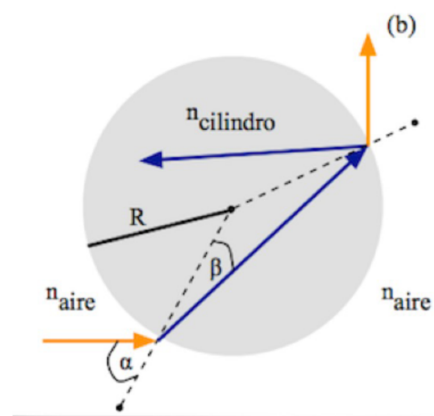
$$n_{aire}\,\text{sen}\,\alpha = n_{cilindro}\,\text{sen}\,\frac{\alpha}{2}$$

$$n_{aire}\, 2\cancel{\sin\frac{\alpha}{2}}\cos\frac{\alpha}{2} = n_{cilindro}\, \cancel{\sin\frac{\alpha}{2}}$$

$$\frac{\alpha}{2} = \arccos\left(\frac{n_{cilindro}}{2\, n_{aire}}\right)$$

$$\boxed{\alpha = 2\arccos\left(\frac{n_{cilindro}}{2\, n_{aire}}\right)}$$

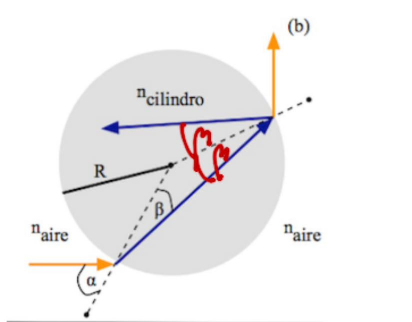
b) Queremos



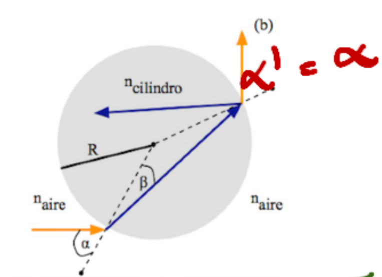
encontrar α

Veamos las relaciones geometricas

1.



triangulo isosceles



Ley de snell

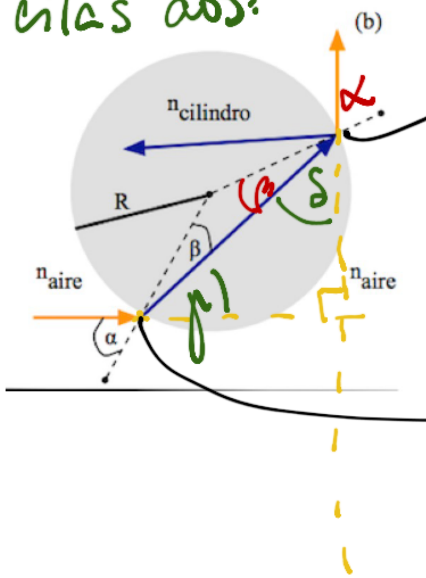
ángulo de reflexión = ángulo de incidencia

$n_{aire}\,\text{sen}\,\alpha = n_{cilindro}\,\text{sen}\,\beta$

$n_{cilindro}\,\text{sen}\,\beta = n_{aire}\,\text{sen}\,\alpha'$

$\Rightarrow \alpha = \alpha'$

Usando estas dos:

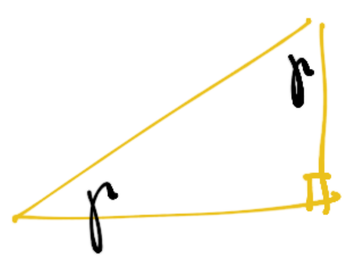


donde $\alpha = \beta + \delta$

$\alpha = \beta + \mu$

$\delta = \mu$

y tenemos el triángulo entonces:



$\mu + \mu + \frac{\pi}{2} = \pi$

$\boxed{\mu = \frac{\pi}{4}}$

luego $\alpha = \beta + \mu$

$\boxed{\alpha = \beta + \frac{\pi}{4}}$

Usando Snell claro:

$$n_{aire} \operatorname{sen}(\alpha) = n_{cilindro} \operatorname{sen}(\beta)$$

$$n_{aire} \operatorname{sen}\alpha = n_{cilindro} \operatorname{sen}\left(\alpha - \frac{\pi}{4}\right)$$

$$n_{aire} \operatorname{sen}\alpha = n_{cilindro} \cdot \left(\operatorname{sen}\alpha \underbrace{\cos\left(\frac{\pi}{4}\right)}_{\frac{1}{\sqrt{2}}} - \cos\alpha \underbrace{\operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{4}\right)}_{\frac{1}{\sqrt{2}}} \right)$$

$$n_{aire} \operatorname{sen}\alpha = \frac{n_{cilindro}}{\sqrt{2}} \left(\operatorname{sen}\alpha - \cos\alpha \right)$$

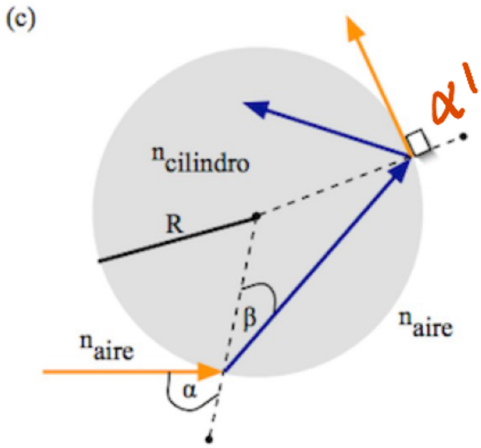
$$\left(\sqrt{2}\, n_{aire} - n_{cilindro}\right) \operatorname{sen}\alpha = -n_{cilindro} \cos\alpha$$

$$\tan\alpha = \frac{-n_{cilindro}}{\sqrt{2}\, n_{aire} - n_{cilindro}}$$

$$\boxed{\alpha = \arctan\left(\frac{n_{cilindro}}{n_{cilindro} - \sqrt{2}\, n_{aire}}\right)}$$

c)

Queremos:



Ya vimos que en este caso

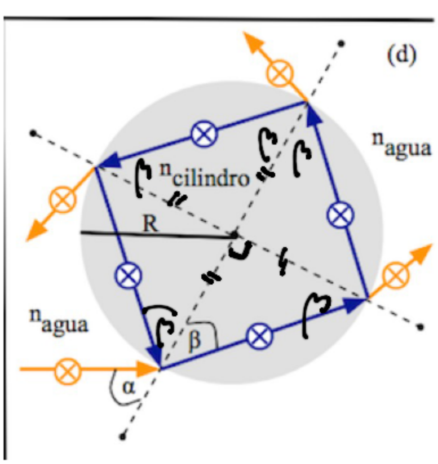
$\alpha = \alpha'$

luego $\boxed{\alpha = \frac{\pi}{2}}$

El problema es que si $\alpha = 90°$, no entraría al cilindro, ya que pasaría tangencialmente.

$\Longrightarrow$ no hay reflexión total interna.

d) Se tiene



triángulo isósceles tipo

$\beta = \frac{\pi}{4}$

luego

$$n_{agua} \operatorname{sen} \alpha = n_{cilindro} \cancel{\operatorname{sen} \frac{\pi}{4}}^{1/\sqrt{2}}$$

$$\boxed{\alpha = \arcsin\left(\frac{n_{cilindro}}{\sqrt{2}\, n_{agua}}\right)}$$

P3)

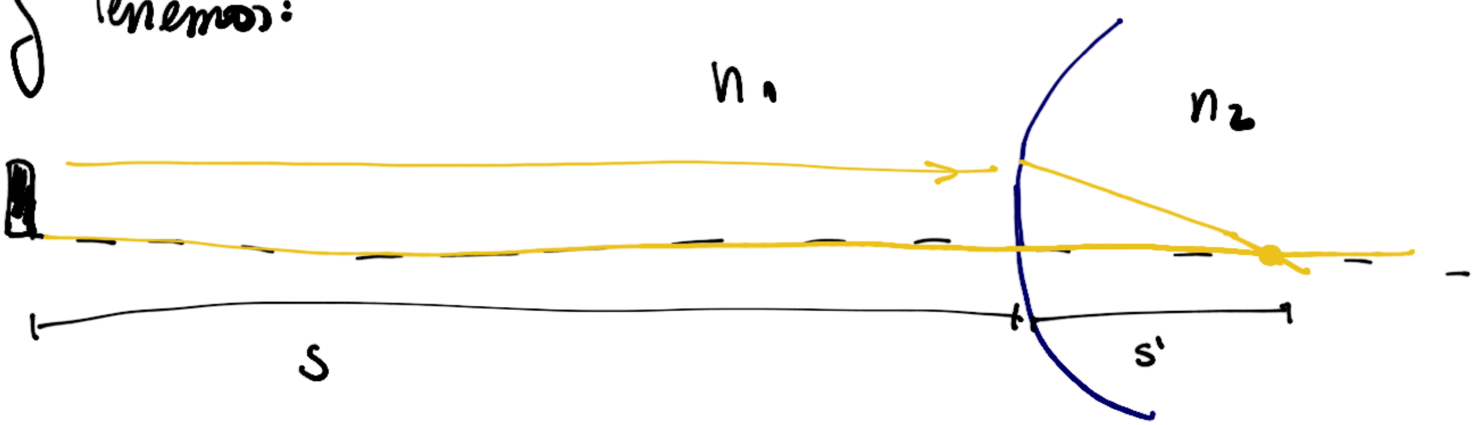
Usaremos lo mostrado en clase:

$$\frac{n_1}{S} + \frac{n_2}{S'} = \frac{n_2 - n_1}{R}$$

Relación en superficies refractivas esféricas

queremos encontrar $\underline{\underline{n_2}}$.

y tenemos:



Como está infinitamente alejado: $S \to \infty$, luego tenemos que queremos que se enfoque en el vértice opuesto, es decir $S' = 2R$

$$\longrightarrow \cancel{\frac{n_1}{S}}^{\,0} + \frac{n_2}{S'} = \frac{n_2 - n_1}{R}$$

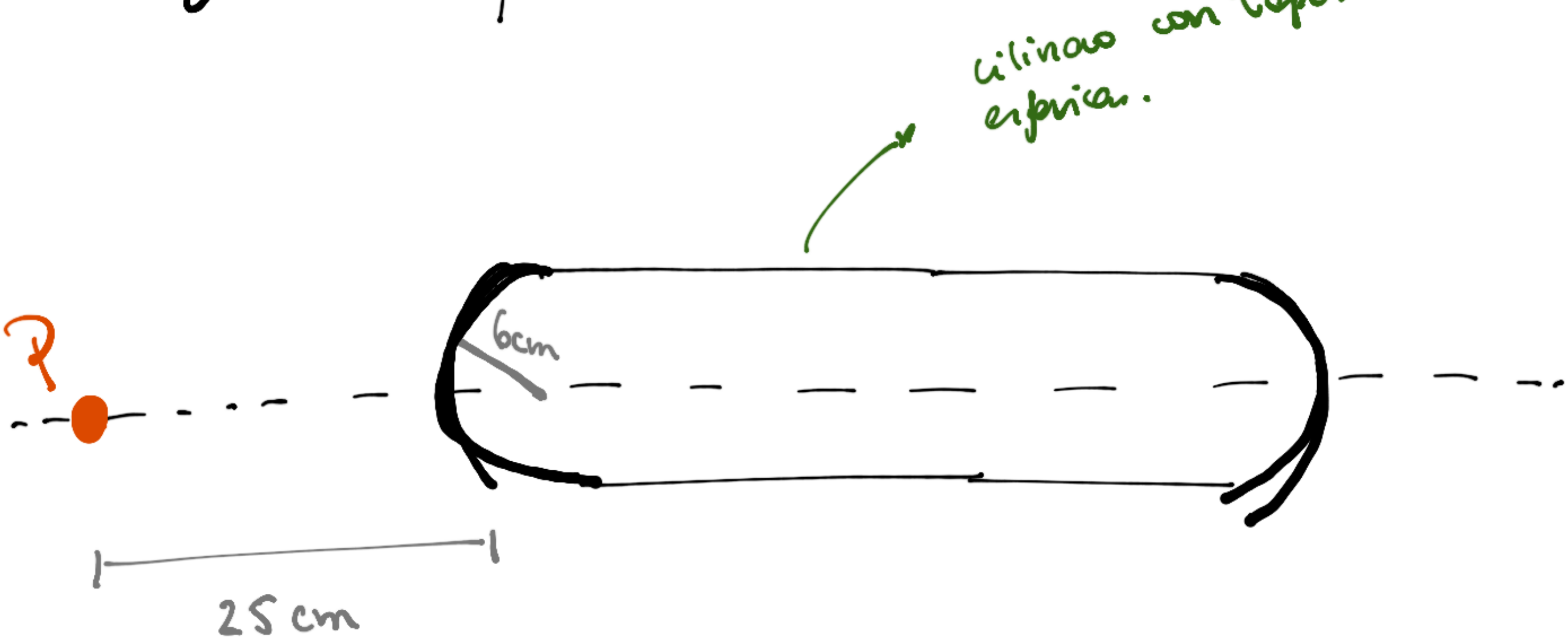
$$\frac{n_2}{2\cancel{R}} = \frac{n_2 - n_1}{\cancel{R}}$$

$$n_2 = 2n_2 - 2n_1$$

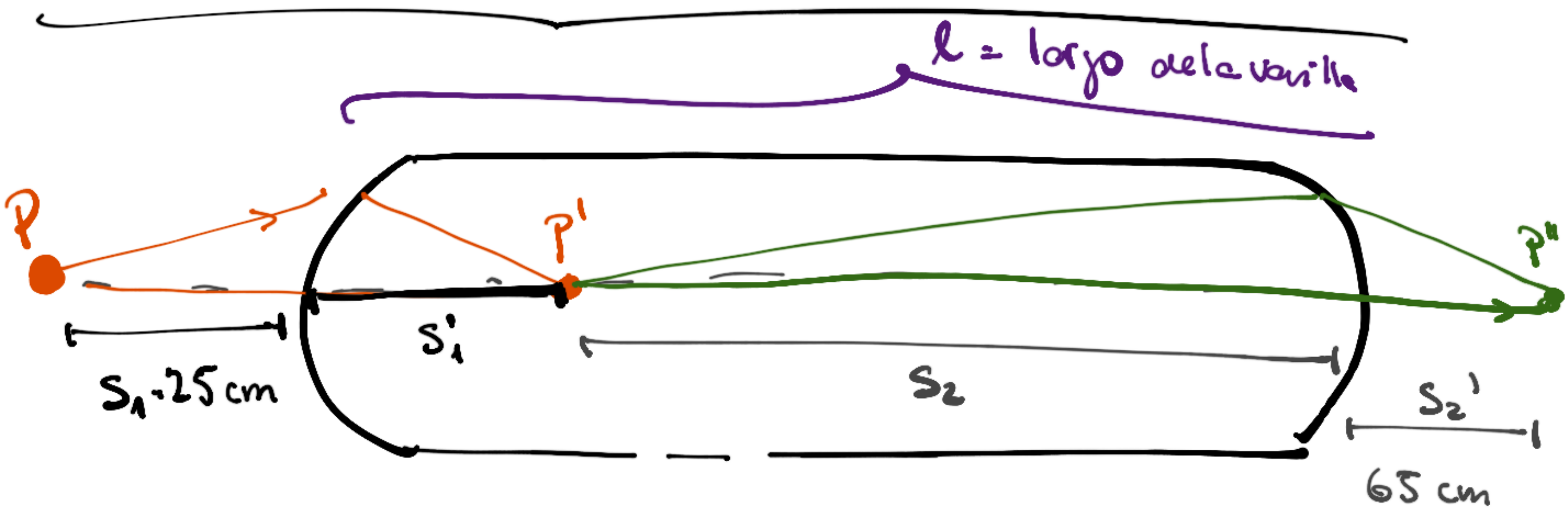
$$\boxed{n_2 = 2n_1}$$

P4)

Dibujamos el problema:



Lo que sucederá será que la primera cara de la varilla formará una imagen, y esta formará otra imagen con la otra cara.



Usando la fórmula que usamos en la P3, que vale para superficies esféricas: (en este caso las tenemos!)

$$\frac{n_1}{S} + \frac{n_2}{S'} = \frac{n_2 - n_1}{R}$$

Usando esto en la primera imagen:

$$\left.\begin{aligned} n_1 &= n_{aire} = 1 \\ n_2 &= 1{,}55 \\ S &= 25\,\text{cm} \\ R &= 6\,\text{cm} \end{aligned}\right\}$$

$$\frac{n_1}{S} + \frac{n_2}{S_1'} = \frac{n_2 - n_1}{R}$$

$$\frac{n_2}{S_1'} = \frac{n_2 - n_1}{R} - \frac{n_1}{S}$$

$$\frac{n_2}{S_1'} = \frac{(n_2 - n_1)S - n_1 R}{R \cdot S}$$

$$s_1' = \frac{n_2 R S}{(n_2 - n_1) S - n_1 R}$$

$$\Rightarrow \quad s_1' = \frac{1{,}55 \cdot 6 \cdot 25}{(1{,}55 - 1) \cdot 25 - 1 \cdot 6}$$

$$\boxed{s_1' = 30\,[cm]}$$

por otra parte para la segunda imágen:

usamos lo mismo $\quad \dfrac{n_1}{s_2} + \dfrac{n_2}{s_2'} = \dfrac{n_2 - n_1}{R}$

donde ahora

$n_1 = 1{,}55$

$n_2 = 1$

$s_2' = 65$ cm

$R = -6$ cm

Despejando s_2

$$s_2 = \frac{n_1 R s_2'}{(n_2 - n_1) s_2' - n_2 R}$$

$$s_2 = \frac{1{,}55 \cdot (-6) \cdot 65}{(-0{,}55) 65 + 6}$$

$$\boxed{S_2 = 20{,}3 \text{ cm}}$$

$$\text{g) } l = S_1' + S_2$$

$$l = 30 + 20{,}3 \text{ [cm]}$$

$$\boxed{l = 50{,}3 \text{ [cm]}}$$