IN3171 - Modelamiento y Optimización

Tarea 4

Profesor: Fernando Ordoñez
Auxiliares: José Miguel González, Matías Muñoz

1 Pregunta 1

Considere el problema del vendedor viajero simétrico. En este problem existe un conjunto de vertices V y un conjunto de aristas $E \subset \{\{i,j\} \mid i,j \in V\}$ que indica si se puede viajar entre i y j. El problema es simétrico pues viajar de i a j tiene el mismo costo que viajar de j a i. Es decir $e \in E$, donde $e = \{i,j\}$ tiene un costo $c_e = c_{ij} = c_{ji}$. Si definimos para $v \in V$ el conjunto $\delta(v) = \{e \in E | v \in e\}$ como el conjunto de aristas incidentes en el vertice v, y para $S \subset V$ el conjunto $E(S) = \{e \in E | e \subset S\}$ el conjunto de aristas entre vertices de S, podemos escribir el problema del vendedor viajero simétrico como:

$$\begin{array}{lll} \min & \sum_{e \in E} c_e x_e & \\ \text{s.a.} & \sum_{e \in \delta(v)} x_e = 2 & \forall v \in V \\ & \sum_{e \in E(S)} x_e \leq |S| - 1 & \forall S \subset V, S \neq \emptyset \\ & x_e \in \{0,1\} & \forall e \in E \end{array}$$

1. El vendedor viajero euclidiano es el problema donde la distancia entre dos puntos es la norma euclideana entre estos puntos. Es decir si $V \subset \mathbb{R}^2$ entonces $c_{v_i,v_j} = c_{i,j} = \|v_i - v_j\|_2 = \sqrt{((v_i)_1 - (v_j)_1)^2 + ((v_i)_2 - (v_j)_2)^2}$

   Muestre que el vendedor viajero euclideano es simétrico pero que hay problemas del vendedor viajero simétrico que no son euclideanos.

2. Considere la relajación lineal obtenida al reemplazar las restricciones de integralidad ($x_e \in \{0,1\}$) por $x_e \geq 0$ para todo $e \in E$. Escriba el dual de esta relajación lineal.

3. Considere la instancia del vendedor viajero euclideano con los siguientes puntos en $\mathbb{R}^2$:

$$V = \left\{ \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 7 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 8 \\ -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \end{pmatrix}, \right\}$$

   (a) Encuentre la solución óptima para este problema de vendedor viajero euclideano

   (b) Utilice la formulación dual de la relajación lineal para encontrar la mejor cota posible a esta instancia. ~~Interprete el significado de las variables duales.~~

2 Pregunta 2

Considere el siguiente problema de optimización lineal

$$\begin{array}{lllllllll} \min & -52x_1 & -21x_2 & -29x_3 & -39x_4 & -42x_5 & +11x_6 & +6x_7 & \\ \text{s.a.} & 7x_1 & +x_2 & +4x_3 & +6x_4 & +4x_5 & +x_6 & -10x_7 & \leq 16 \\ & 12x_1 & +5x_2 & +9x_3 & +8x_4 & +10x_5 & -8x_6 & +2x_7 & \leq 13 \\ & 4x_1 & +7x_2 & -3x_3 & +3x_4 & +8x_5 & +11x_6 & +10x_7 & \leq 24 \\ & & +10x_2 & +5x_3 & -4x_4 & -8x_5 & & -3x_7 & \leq 11 \\ & x_1, & x_2, & x_3, & x_4, & x_5, & x_6, & x_7 & \geq 0 \end{array}$$

1. Encuentre las soluciones primal y dual óptimas
2. ¿Cuál es el rango permitido para modificar el lado derecho de la primera restricción y mantener la misma base óptima? ¿Cuál es la tasa de cambio de la función objetivo en ese rango?
3. Suponga ahora que al aumentar el lado derecho de la segunda restriccion se debe reducir el lado derecho de la tercera restriccion la misma cantidad. Es decir si se aumenta la segunda restriccion de 13 a 14, entonces se debe reducir la tercera restriccion de 24 a 23. ¿Cuál es el rango permitido para realizar esta modificación al lado derecho y mantener la misma base óptima? ¿Cuál es la tasa de cambio de la función objetivo en ese rango?

3 Pregunta 3

Considere el problema

$$\begin{array}{ll} \min & c^\top x \\ \text{s.a.} & Ax \geq b \qquad\qquad (P) \\ & x \geq 0 \end{array}$$

1. Suponga que (P) es infactible. Encuentre el sistema lineal alternativo que tiene una solución.
2. Suponga además que el dual (D) de (P) es factible. Demuestre directamente que (D) es no acotado. Para esto, utilice $\hat{y}$ una solución factible de (D) y $\tilde{y}$ una solución del sistema alternativo encontrado en la parte anterior, para demostrar que el problema (D) es no acotado.

Pauta P1.

1. Para resolver esta pregunta, uno debía recordar una característica de elevar al cuadrado. Si tu tienes $(a-b)^2$, es lo mismo a tener $(b-a)^2$, por lo tanto a los términos que aparecen dentro de $\sqrt{((v_i)_1-(v_j)_1)^2+((v_i)_2-(v_j)_2)}$ se les puede aplicar la misma propiedad, obteniendo $\sqrt{((v_j)_1-(v_i)_1)^2+((v_j)_2-(v_i)_2)^2}$, lo que implicaría finalmente $c_{i,j}=c_{j,i}$, lo que implica que es simétrico al ser euclidiano.

   Un ejemplo de un problema simétrico no euclidiano sería uno donde el costo de viajar entre 2 nodos es el mismo, pero la distancia entre esos 2 nodos varía segun si se va del nodo A al nodo B, o viceversa. Para esto se propone cualquier ejemplo donde haya que tomar un camino alternativo cuando se quiere viajar desde A hacia B, en comparación a ir de B hacía A, como lo sería viajar en metro desde Los Héroes hasta Ñuñoa y volver, dado que hay un camino por la línea 1 y luego línea 6, como también un camino desde línea 2 y luego línea 6, o incluso un camino desde línea 1 y luego línea 3, todo por el costo del pasaje de estudiante.
2. Para resolver este problema, se recomienda darse un grafo muy pequeño, para poder observar como se comporta el primal y el dual.

   Es por esto que se propone utilizar V=[1,2,3] con E=[(1,2),(2,3),(1,3)] (Como es simétrico, se omiten los casos donde se dan vuelta los sub índices).

Dado esto, el problema queda:

$$\begin{array}{ll}\min & c_{12}x_{12}+c_{23}x_{23}+c_{13}x_{13}\\ \text{s.a.} & x_{12}+x_{13}=2\\ & x_{12}+x_{23}=2\\ & x_{23}+x_{13}=2\\ & x_{12}\leq |2|-1\\ & x_{23}\leq |2|-1\\ & x_{13}\leq |2|-1\\ & x_e\geq 0\ \forall e\in E\end{array}$$

Es importante notar que la cardinalidad de todos los S corresponde al tamaño del conjunto potencia del conjunto V, pero restándole los casos asociados a el vacío, y los singuletes (dado que requieres al menos 2 vértices para construir una arista).

De este problema también se puede desprender que hay 2 tipos de restricciones, las asociadas a vértices y las asociadas al conjunto S. Es por esto que en el problema dual tendremos 2 tipos de variables duales, y_v y w_s, de las cuales serían 3 del primer tipo y 3 del segundo tipo (serían 4 si es que considerara el conjunto entero).

Además se debe notar que, la matriz de este problema es de la siguiente forma.

$$\begin{bmatrix}1&0&1\\1&1&0\\0&1&1\\1&0&0\\0&1&0\\0&0&1\end{bmatrix}$$

y por lo tanto, la matriz del problema dual correspondería a la transpuesta, es decir:

$$\begin{bmatrix}1&1&0&1&0&0\\0&1&1&0&1&0\\1&0&1&0&0&1\end{bmatrix}$$

Donde las primeras 3 columnas corresponden a y_v y las últimas 3 corresponden a w_s.

De esta manera, se procede a construir el problema dual.

$$\begin{array}{ll}\max & 2y_1+2y_2+2y_3+w_{12}+w_{13}+w_{23}+2w_{123}\\ \text{s.a.} & y_1+y_2+w_{12}+w_{123}\leq c_{12}\\ & y_2+y_3+w_{23}+w_{123}\leq c_{23}\\ & y_1+y_3+w_{13}+w_{123}\leq c_{13}\\ & y_v\ libre\\ & w_s\leq 0\ \forall S\ \subset V, S\neq\emptyset\end{array}$$

La información que se puede obtener, es que para cada restricción, se ve que se mantiene el patrón de fijar un arco en específico, e incluir todos los conjuntos S que incluyen dicho arco dentro de la variable w.

Es por esto, que se puede proceder a construir el dual genérico.

$$\begin{array}{ll} \max & \sum_{v\in V} 2y_v + \sum_{s\in S, S\subset V}(|s|-1)w_s \\ \text{s.a.} & y_i + y_j + \sum_{s,(i,j)\in E(s), s\in S\subset V, S\neq\emptyset} w_s \leq c_{ij} \quad \forall(i,j)\in E \\ & y_v \ libre \\ & w_s \leq 0 \ \forall S \ \subset V, S\neq\emptyset \end{array}$$

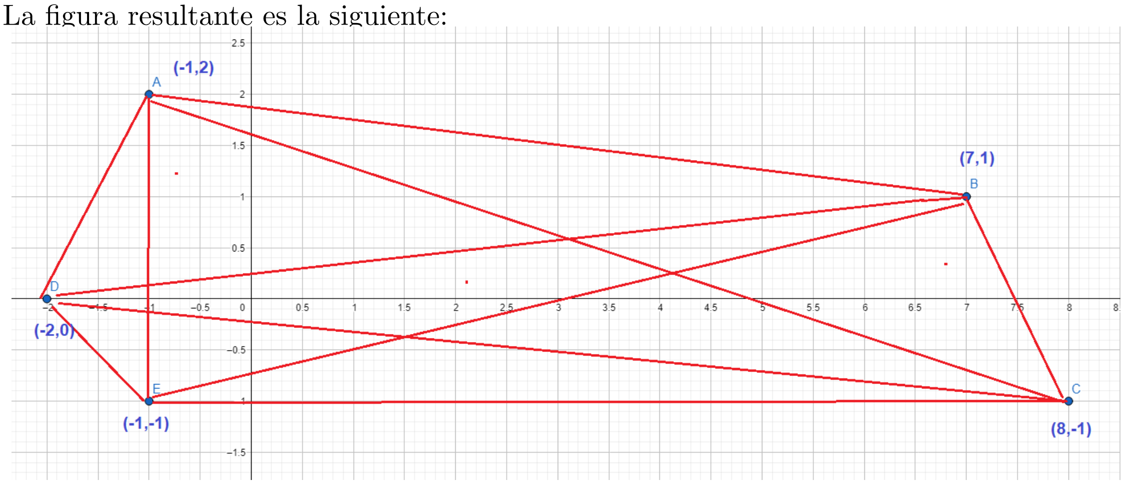
En este era importante notar, que era recurrente el hecho de que el arco (i,j) estaba incluido en cada una de las variables obtenidas. Es por esto que se debía obtener una formulación que se hiciese cargo de esto.

3. (a) Encuentre una solución óptima para el vendedor viajero euclideano. En primer lugar, se nombran los puntos entregados como "A" hasta "E" y se ubican en el plano. Dado esto, se trazan todas las rectas posibles que los unen (4 por punto), pues esas serán las aristas.

Los puntos, por nombre, son los siguientes:

- A corresponde al punto (-1,2)
- B corresponde al punto (7,1)
- C corresponde al punto (8,-1)
- D corresponde al punto (-2,0)
- E corresponde al punto (-1,-1)

La figura resultante es la siguiente:



Dado esto, se procedería a calcular las distancias entre todos los puntos, las cuales se obtienen obteniendo la magnitud del vector que uniría, por ejemplo, el punto A con el punto B. Este vector se obtiene como la resta de los vectores posición de ambos puntos (asumiendo origen en el 0,0).

Por lo tanto las distancias corresponden a:

- C_{AB} con valor de $\sqrt{65}$
- C_{AC} con valor de $\sqrt{90}$
- C_{AE} con valor de $\sqrt{13}$
- C_{AD} con valor de $\sqrt{5}$
- C_{DB} con valor de $\sqrt{82}$
- C_{DC} con valor de $\sqrt{101}$
- C_{DE} con valor de $\sqrt{2}$

- C_{EB} con valor de $\sqrt{68}$
- C_{EC} con valor de $\sqrt{81}$
- C_{BC} con valor de $\sqrt{5}$

Con esto se puede iniciar la búsqueda de la ruta más corta, un truco a utilizar es que la función raiz es monótona, por lo tanto los órdenes de magnitud se mantienen con o sin raiz, así que es directo encontrar la distancia más corta.

Comentario de Mati, hay un algoritmo que se llama "vecino más cercano" que es greedy, y nos permite tener una solución asignando el nodo más cercano al nodo en que nos encontramos. También se puede mejorar esa solución con otro algoritmo llamado K-Opt, el cual se dedica a "descruzar caminos", es decir, si hay 2 caminos que se cruzan, elegirá entonces 2 caminos que sean paralelos, pues este algoritmo sabe que en un cuadrado es mucho mejor recorrer los lados que las diagonales (este caso se puede extrapolar).

La solución de ruta óptima, se empezará desde A y se aplicará la misma lógica que la del vecino más cercano. El punto más cercano a A es D, luego el más cercano a D es E. Hasta acá ha sido fácil. Ahora se debe notar que se debe cerrar la figura para completarlo, y por lo tanto debo mencionar que usualmente el algoritmo del vecino más cercano suele fallar por eso.

La distacia EC es de $\sqrt{81}$, y la distancia EB es de $\sqrt{68}$, a ambos casos se debe viajar al nodo más cercano que sería E para C siempre, y después ir a A. Ir a A desde B es de distancia $\sqrt{65}$ e ir desde C es de distancia $\sqrt{90}$.

Esto nos da 2 casos:

- E B C A, con un total de 19.96
- ECBA con un total de 19.29

La intuición podría venir de ignorar la raiz y ver que EBCA es 68+5+90=163 vs ECBA 81+5+65=151, donde claramente ECBA daría un número menor.

Finalmente la ruta es ADECBA, que se traduce como ir por los bordes, y cuya solución asociada es $x_{AD}, x_{DE}, x_{EC}, x_{CB}, x_{BA} = 1$ y el resto 0.

(b) El dual por construcción, nos entrega una cota inferior, y la mejor cota inferior es el óptimo del dual, el cual es igual al óptimo primal por dualidad fuerte. Es por esto que este valor óptimo corresponde a la suma de los costos de viaje, es decir, $\sqrt{5}+\sqrt{2}+\sqrt{81}+\sqrt{5}+\sqrt{65}$, lo que es igual a 23 aproximadamente. La interpretación que se le puede dar en el primal a cada variable dual, es el concepto que se conoce como precio sombra, el cual nos dice que si cambiamos en 1 unidad el b_i de la restricción i, entonces el valor óptimo variaría en y_i unidades, donde y_i es el valor de la variable dual en el óptimo.

Pauta P2.

1. La resolución de este problema se realiza utilizando Gurobi. La solución óptima es la siguiente.

```
#variables
x=dict()
for i in range(1,12):
        x[i]=flujo.addVar(vtype='c',lb=0, name="x")


#restricciones

flujo.addConstr(7*x[1]+x[2]+4*x[3]+6*x[4]+4*x[5]+x[6]-10*x[7]+x[8]==16)
flujo.addConstr(12*x[1]+5*x[2]+9*x[3]+8*x[4]+10*x[5]-8*x[6]+2*x[7]+x[9]==13)
flujo.addConstr(4*x[1]+7*x[2]-3*x[3]+3*x[4]+8*x[5]+11*x[6]+10*x[7]+x[10]==24)
flujo.addConstr(0*x[1]+10*x[2]+5*x[3]-4*x[4]-8*x[5]+0*x[6]-3*x[7]+x[11]==11)
flujo.update()

obj= -52*x[1]-21*x[2]-29*x[3]-39*x[4]-42*x[5]+11*x[6]+6*x[7]
flujo.setObjective(obj,GRB.MINIMIZE)
flujo.optimize()

duals = flujo.getAttr("Pi", flujo.getConstrs()) #Entrega los  valores de dual vars
Results=[]
for i in range(1,12):
    Results.append(x[i].x)


print(Results)
```

```
Gurobi Optimizer version 9.0.3 build v9.0.3rc0 (win64)
Optimize a model with 4 rows, 11 columns and 30 nonzeros
Model fingerprint: 0x8411b7fe
Coefficient statistics:
  Matrix range     [1e+00, 1e+01]
  Objective range  [6e+00, 5e+01]
  Bounds range     [0e+00, 0e+00]
  RHS range        [1e+01, 2e+01]
Presolve removed 0 rows and 4 columns
Presolve time: 0.00s
Presolved: 4 rows, 7 columns, 26 nonzeros

Iteration    Objective       Primal Inf.    Dual Inf.      Time
       0   -1.8300000e+32   1.100000e+31   1.830000e+02      0s
       4   -9.4589147e+01   0.000000e+00   0.000000e+00      0s

Solved in 4 iterations and 0.01 seconds
Optimal objective -9.458914729e+01
[0.0, 0.0, 0.0, 2.803986710963455, 0.0, 1.2303433001107422, 0.20542635658914712, 0.0,
0.0, 0.0, 22.83222591362126]

In [27]: duals
Out[27]: [-2.1240310077519378, -2.9302325581395348, -0.9379844961240309, 0.0]
```

Por lo tanto, la solución óptima del primal en forma standard es [0.0, 0.0, 0.0, 2.803986710963455, 0.0, 1.2303433001107422, 0.20542635658914712, 0.0, 0.0, 0.0, 22.83222591362126] y la solución óptima dual es [-2.124, -2.93,-0.937,0], la cual se obtiene con el método ”pi” de gurobi.

Cualquier otro método de resolución es válido, podría haber sido simplex en el primal y después simplex en el dua, o utilizar holgura complementaria para obtener el valor de las variables duales, con que lleguen a estos resultados estaría bien.

2. La tasa de cambio de la función objetivo, cuando se cambia el b_1 es el concepto que se conoce como precio sombra. El precio sombra nos dice que la función objetivo cambiaría en y_1 unidades cuando b_1 cambia en 1 unidad.

   Una información importante a tener en cuenta, es que a cambios del vector b, el criterio de optimalidad no se ve afectado mientras estemos en la misma base, por lo tanto el único criterio que debemos tener en cuenta es el de factibilidad, es decir, $x \geq 0$.

   Ahora se procederá a encontrar el rango en que se puede cambiar b_1 para mantener la base óptima.

   Como el punto óptimo corresponde a [0.0, 0.0, 0.0, 2.803986710963455, 0.0, 1.2303433001107422, 0.205426356589147 0.0, 0.0, 0.0, 22.83222591362126], la base óptima asociada corresponde a [4,6,7,11] y su matriz básica es la siguiente:

$$\begin{bmatrix} 6 & 1 & -10 & 0 \\ 8 & -8 & 2 & 0 \\ 3 & 11 & 10 & 0 \\ -4 & 0 & -3 & 1 \end{bmatrix}$$

   La matriz inversa a esta corresponde a

$$\begin{bmatrix} \frac{17}{301} & \frac{20}{301} & \frac{13}{301} & 0 \\ \frac{37}{903} & \frac{-15}{301} & \frac{46}{903} & 0 \\ \frac{-8}{129} & \frac{3}{86} & \frac{4}{129} & 0 \\ \frac{12}{301} & \frac{223}{602} & \frac{80}{301} & 1 \end{bmatrix}$$

   Algebraicamente, lo que estamos viendo es que $A_b^{-1}(b + \theta \cdot e_1) \geq 0$, donde θ es una tasa de variación, y e_i es un vector unitario con un 1 en la i-esima coordenada.

   pero notando que que $A_b^{-1} b = x_b$, se tiene que la condición queda de la forma $x_b + A_b^{-1} \theta \cdot e_1$ Sea g igual a la primera columna de la matriz A_b^{-1}, entonces la condición nos queda finalmente

$$x_b + \theta g \geq 0$$

   donde reemplazando por los valores obtenidos anteriormente, se obtiene que la ecuación es

$$2.803986710963455 + \theta \cdot 0.05647840531 \geq 0$$

$$1.2303433001107422 + \theta \cdot 0.04097452934 \geq 0$$

$$0.20542635658914712 - \theta \cdot 0.06201550387 \geq 0$$

$$22.83222591362126 + \theta \cdot 0.03986710963 \geq 0$$

   Ahora se debe notar, que θ puede tomar valores tanto positivos como negativos, así que el rango corresponderá a cuando alguna de estas restricciones se rompa primero cuando θ se haga muy grande o se haga muy pequeño.

   Se verán los distintos casos

- Sea el caso en que buscamos maximizar θ, entonces es fácil notar que la restricción con un una resta es la de interés. Despejando θ cuando se toma la igualdad, se obtiene que el $\max\theta =$ 3.3125 aproximadamente.
- Para el caso del theta mínimo, hay 3 ecuaciones que revisar, por lo tanto, se hace el mismo procedimiento de despejar theta 3 veces igualando a 0. Los resultados son los siguientes:
  - -49.647
  - -30.027
  - -572.7083

  Donde claramente el theta con que se volverían negativo primero sería con -30.027.

Finalmente, el rango corresponde a [-30.027,3.3125].

Ahora volviendo a la segunda pregunta, se solicita la tasa de cambio, es decir, el cambio en la función objetivo por 1 unidad de cambio en el b_1, lo que corresponde al precio sombra igual a -2.124, el valor óptimo de y_1

3. Similar a la pregunta anterior, debemos aplicar la condición de factibilidad.

   La matriz inversa a esta corresponde a

$$\begin{bmatrix} \frac{17}{301} & \frac{20}{301} & \frac{13}{301} & 0 \\ \frac{37}{903} & \frac{-15}{301} & \frac{46}{903} & 0 \\ \frac{-8}{129} & \frac{3}{86} & \frac{4}{129} & 0 \\ \frac{12}{301} & \frac{223}{602} & \frac{80}{301} & 1 \end{bmatrix}$$

   Algebraicamente, lo que estamos viendo es que $A_b^{-1}(b+\theta\cdot e_2-\theta\cdot e_3)\geq 0$, donde θ es una tasa de variación, y e_i es un vector unitario con un 1 en la i-esima coordenada.

   pero notando que que $A_b^{-1}b = x_b$, se tiene que la condición queda de la forma $x_b + A_b^{-1}\theta\cdot e_2 - A_b^{-1}\theta\cdot e_3$. Sea f igual a la segunda columna de la matriz A_b^{-1}, y g igual a la tercera columna de A_b^{-1}, entonces la condición nos queda finalmente

$$x_b + \theta g - \theta f \geq 0$$

   donde reemplazando por los valores obtenidos anteriormente, se obtiene que la ecuación es

$$2.803986710963455 + \theta\cdot 0.06644518272 - \theta\cdot 0.04318936877 \geq 0$$

$$1.2303433001107422 - \theta\cdot 0.04983388704 - \theta\cdot 0.05094130675 \geq 0$$

$$0.20542635658914712 + \theta\cdot 0.03488372093 - \theta\cdot 0.03100775193 \geq 0$$

$$22.83222591362126 + \theta\cdot 0.37043189368 - \theta\cdot 0.26578073089 \geq 0$$

   Finalmente, simplificando quedaría:

$$2.803986710963455 + \theta \cdot 0.02325581395 \geq 0$$
$$1.2303433001107422 - \theta \cdot 0.10077519379 \geq 0$$
$$0.20542635658914712 + \theta \cdot 0.003875969 \geq 0$$
$$22.83222591362126 + \theta \cdot 0.10465116279 \geq 0$$

Así que podemos empezar a buscar las cotas inferiores y superiores:

- La cota superior se puede obtener de la única restricción con signo negativo, donde nos queda que θ limite sería 12.2087912098
- Para la cota inferior con θ negativo, tenemos 3 casos que debemos ver, donde se obtienen los siguientes θ:
  - -120.57142859
  - -52.999999894
  - -218.174603176

De esta manera, queda el rango de [-52.999999894,12.2087912098]

Después, la tasa de variación de la función objetivo viene dado por $y_2 - y_3$, variables óptimas duales. Reemplazando quedaría -2.93+0.9379, dando un valor final de -1.993,

Pauta P3.

1. El lema de farkas nos entrega el sistema alternativo de manera gratuita, solo es necesario pasar el problema a forma standard de manera conveniente, el cual seguirá siendo infactible.

$$\begin{aligned} \min \quad & c^\top x \\ \text{s.a.} \quad & Ax - s = b \qquad (PFS) \\ & x, s \geq 0 \end{aligned}$$

   Con s siendo las variables de holgura.

   Dado esto, el problema alternativo es el siguiente:

$$\begin{aligned} A^\top y &\geq 0 \\ y^\top b &< 0 \qquad (FAP) \\ y &\leq 0 \end{aligned}$$

   El cual cumple con lo solicitado por el mismo lema mencionado anteriormente.

2. El dual del problema inicial es

$$\begin{aligned} \max \quad & b^\top y \\ \text{s.a.} \quad & A^\top y \leq c \qquad (D) \\ & y \geq 0 \end{aligned}$$

   La demostración sigue la siguiente lógica. sea $\hat{y}$ que cumple el problema alternante del primal.

   Iremos desde el alternativo al dual.

   Se puede notar que , si se toma -$\hat{y}$, este cumpliría que $-A^\top \hat{y} \leq 0$, como también que $-\hat{y}^\top b \geq 0$ y además que$-\hat{y} \geq 0$, las cuales son muy similares a las restricciones que impone el problema dual, y en específico se puede notar que si $-A^\top \hat{y} \leq 0$, entonces $-A^\top \hat{y} \leq c$.

   Por lo tanto $-\hat{y}$ es dual factible (incluso podríamos llamarlo $\bar{y}$, y además se tiene que admite múltiples combinaciones, dado que si se le sumara una dirección d, con $d \leq 0$ a $\hat{y}$, se tendría que seguiría cumpliendo las condiciones del FAP, por lo tanto se tiene que -$\hat{y} + d$ es dual factible, y es una solución claramente mejor que solamente $-\hat{y}$, dado que se le esta sumando un componente extra negativa que aportaría positivamente multiplicado por el b en la función objetivo.

   Con esto último se puede concluir que existe siempre una mejor solución que la anterior a intentar con un d de magnitud cada vez más grande, lo que haría que el problema dual sea no acotado.

4 Reglas de la Tarea

- Debe presentar un informe con sus respuestas de no más de 10 páginas.
- Se corregirá ortografía, redacción y contenido del informe.
- La tarea se puede desarrollar individualmente o en grupos de 2 estudiantes.
- **Fecha de entrega**: Viernes, 12 de noviembre 2021, 23.59 horas a través de U-Cursos.
- Se descontará ~~1.5~~ 0 puntos por día de atraso si se entrega la tarea después del plazo. El plazo máximo para entregar la tarea con atraso es el 14 de noviembre 2021 a las 23.59 horas.