MA1002-1/4 Cálculo Diferencial e Integral 2021, Primavera
Profesor: Leonardo Sánchez Cancino
Auxiliares: Javier Santidrián Salas - Patricio Yáñez Alarcón

Auxiliar Extra C1

10 de Septiembre de 2021

P1. Continuidad

a) **Weierstrass + B-W**
Pruebe que si $g : \mathbb{R} \to (0, \infty)$ es continua y $lim_{x\to\pm\infty}\ g(x) = 0$, entonces toda sucesión $(x_n)_{n\in\mathbb{N}}$ en $\mathbb{R}$ posee al menos una subsucesión $(x_{\phi(n)})_{n\in\mathbb{N}}$ tal que $g(x_{\phi(n)})$ converge.

b) **Weierstrass + TVI**
Sea f continua en $[a, b]$ con $x_1, x_2, ..., x_n$ puntos de $[a, b]$ y $\alpha_1, \alpha_2, ..., \alpha_n \in \mathbb{R}^+$. Demostrar que $\exists c \in [a, b]$ tal que:

$$\sum_{i=1}^{n} \alpha_i f(x_i) = \sum_{i=1}^{n} \alpha_i f(c)$$

c) **Caracterización $\epsilon - \delta$**
Sea $f : (a, b) \to \mathbb{R}$ continua en $\overline{x} \in (a, b)$ tal que $f(\overline{x}) = B \neq 0$. Muestre que existe $\delta > 0$ tal que si $|x - \overline{x}| \leq \delta$, entonces $|f(x)| > \frac{1}{2}|B|$.

P2. Límites y Derivadas

a) **Entendamos la pantruca-Continuidad uniforme**

b) **Derivadas**
Una función se denomina función de Lipschitz, si cumple con:

$$\exists L > 0,\ \forall x, y \in Dom(f),\ |f(x) - f(y)| \leq L|x - y|$$

Sea $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ una función tal que $|f(x) - f(y)| \leq a(x - y)^2, \forall x, y \in \mathbb{R}, a > 0$
Probar que su derivada para todos los reales existe y qué además es 0.

c) **Límites**
Calcule, si es que existen los siguientes límites:

- $\displaystyle\lim_{x\to\infty} \left(\frac{e^x - 1}{x}\right)^{\frac{1}{x}}$
- $\displaystyle\lim_{x\to 0} \left(\frac{e^x - 1}{x}\right)^{\frac{1}{x}}$

"El trabajo tesonero todo lo vence."
Pa la laif


Bienvenidos a
Cálculo Diferencial
e Integral
Con Patricio y Javier
PATO
JAVIER