Universidad de Chile
Departamento de Ingeniería Matemática
MA2002 - Cálculo Avanzado y Aplicaciones

Auxiliar 2

Profesor: Raúl Gormaz
Auxiliar: Edgardo Rosas

P1. Considere la curva Γ formada por la intersección de las superficies S_1 y S_2, las cuales están descritas respectivamente por $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ y $z = \sqrt{x^2 + y^2}$. Además, considere el campo vectorial

$$\mathbf{F}(r, \phi, z) = (r - z)\hat{\mathbf{r}} + z\phi\hat{\boldsymbol{\phi}} + \tfrac{z^4\phi^2}{r}\hat{\mathbf{z}}. \tag{1}$$

(a) Encuentre el dominio del campo $\mathbf{F}$.

(b) Calcule el trabajo realizado por $\mathbf{F}$ sobre Γ.

P2. Sea $\mathbf{F}$ un campo vectorial y ϕ un campo escalar, ambos dados respectivamente por

$$\mathbf{F}(x, y) = (e^x \sin y + 3y, e^x \cos y + 2x - 2y); \tag{2a}$$

$$\phi(x, y) = e^x \sin y + 2xy - y^2. \tag{2b}$$

(a) Calcule $\boldsymbol{\nabla}\phi$

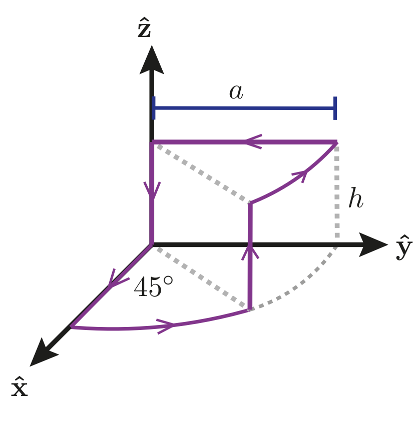
Considere la curva Γ dada por $4x^2 + y^2 = 4$ orientada de manera positiva.

(b) Encuentre el trabajo que realiza $\mathbf{F}$ sobre Γ.

P3. Considere un campo vectorial $\mathbf{F} : \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^3$ que en coordenadas cilíndricas está dado por la expresión

$$\mathbf{F}(r, \phi, z) = zr\hat{\mathbf{r}} + r^2\hat{\mathbf{z}}. \tag{3}$$

Dada una curva Γ mostrada en la Figura 3 se le pide calcular el trabajo que realiza $\mathbf{F}$ sobre Γ usando la integral de camino



P4. [Propuesto] Sea Γ una curva dada por la intersección entre $x^2+z^2=4$ y $x^2(y-2)^2+z^2=4$; $x<0$. Considere el campo vectorial

$$\mathbf{F}(x,y,z)=y^2z^3\hat{\mathbf{x}}+2xyz^3\hat{\mathbf{y}}+3xy^2z^2\hat{\mathbf{z}}. \tag{4}$$

(a) Calcule $\boldsymbol{\nabla}\times\mathbf{F}$

(b) Encuentre $\phi(x,y,z)$ tal que $\boldsymbol{\nabla}\phi=\mathbf{F}$.

(c) Encuentre el trabajo de $\mathbf{F}$ sobre la curva Γ