Auxiliar 3

Profesor: Raúl Gormaz
Auxiliar: Edgardo Rosas

P1. Considere un toro, como el que se muestra en la Fig. 1. Esta figura se genera por la rotación de un círculo de radio r en torno a un eje ubicado a una distancia R del centro del círculo.

(a) Encuentre una parametrización de la superficie del toro en función de ϕ y θ.

(b) Encuentre el área del toro.

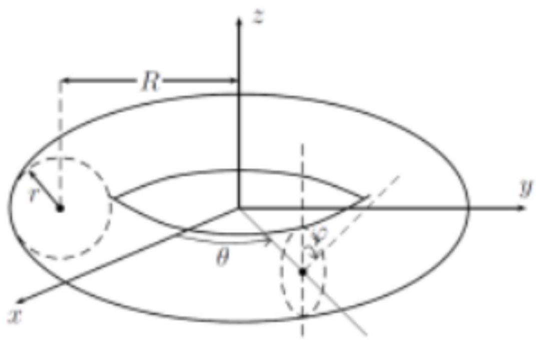

Figure 1: Toro

P2. El hemisferio norte de un casquete esférico se puede parametrizar como una superficie $\mathcal{S}$ dada por $z = \sqrt{R^2 - x^2 - y^2}$, $0 \leq \sqrt{x^2 + y^2} \leq R$, $R \in \mathbb{R}$. Considere que la densidad de masa de la superficie está dado por el campo escalar $\rho(x, y) = \beta(x^2 + y^2)$. Calcule la masa total de la superficie $\mathcal{S}$.

P3. La lluvia se puede modelar con un campo de velocidad dado por $\mathbf{v} = (0, 0, -1)$.

(a) Calcule el flujo que produce la lluvia sobre un cono $\mathcal{S}$ de ecuación $z = \sqrt{x^2 + y^2}$, con $\sqrt{x^2 + y^2} \leq 1$

(b) Suponga que de pronto la lluvia cae en dirección oblicua, y entonces $\mathbf{v} = -\frac{1}{\sqrt{2}}(1, 0, 1)$. Calcule el flujo sobre el cono $\mathcal{S}$

P4. [**Propuesto**]Considere la superficie $\mathcal{S}$ dada por la ecuación $x^2 + y^2 + z^2 = R^2$. Un campo vectorial $\mathbf{F} : \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^3$ se puede expresar en coordenadas cartesianas como

$$\mathbf{F}(x, y, z) = \frac{z^3}{3}\hat{\mathbf{z}}. \tag{1}$$

Calcule el flujo de $\mathbf{F}$ sobre $\mathcal{S}$