

Auxiliar 12

Profesor: Raúl Gormaz
 Auxiliar: Edgardo Rosas

P1. Este problema tiene como objetivo calcular el valor de la integral

$$I = \int_0^{\infty} \frac{\sin^2 x}{x^2} dx. \quad (1)$$

Para ello considere la integral de la función compleja $f(z) = (1 - e^{2iz})/4z^2$ sobre el camino \mathcal{C} definido esquemáticamente en la Fig. 1

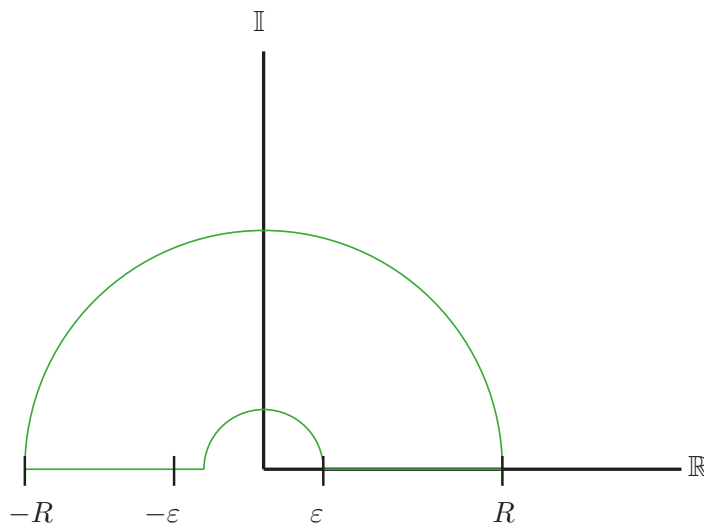


Figure 1: Contorno en el plano complejo P1

P2. Demuestre que

$$\int_0^{\infty} e^{-x^2} \cos(2bx) dx = \frac{\sqrt{\pi}}{2} e^{-b^2}, \quad b > 0 \quad (2)$$

P3. [Propuesto] Demuestre que para las integrales de Fresnel se cumple

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \cos(x^2) dx = \int_{-\infty}^{+\infty} \sin(x^2) dx = \sqrt{\frac{\pi}{2}} \quad (3)$$