Auxiliar 12

Más de Modelos Lineales

Profesor: Raúl Gouet
Auxiliares: Bruno Hernández, Sebastián López

1. Suponga n observaciones que obedecen el modelo lineal $y_i = \beta x_i + \varepsilon_i$, donde los $x_i \neq 0$ y los errores son centrados, no correlacionados y de varianza σ^2. Se propone estimar β mediante el estimador:
$$\tilde{\beta} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\frac{y_i}{x_i}$$
   a) Muestre que $\tilde{\beta}$ es insesgado y calcule su varianza.
   b) Calcule el estimador MC $\hat{\beta}$ de β, compruebe que es insesgado y calcule su varianza.
   c) ¿Es alguno de los estimadores mejor que el otro? ¿En qué sentido?

2. Se miden los ángulos $\theta_1, \theta_2, \theta_3$ de un triángulo, obteniéndose las observaciones y_1, y_2, y_3. Las mediciones tienen errores normales, centrados, de varianza común σ^2 e independientes. Esto permite plantear el modelo lineal $y_i = \theta_i + \varepsilon_i$, $(i = 1, 2, 3)$ sujeto a la restricción $\theta_1 + \theta_2 + \theta_3 =)\pi$. Se propone estimar los ángulos mediante el método de mínimos cuadrados.
   a) Muestre que el estimador de mínimos cuadrados de θ_i, tomando en cuenta la restricción, está dada por:
$$\hat{\theta}_i = y_i - (\bar{y} - \pi/3)$$
   b) Se sospecha que el triángulo es equilátero. Escriba en detalle el modelo paramétrico del problema y plantee, en término de los parámetros del problema, las hipótesis H_0: *El triangulo es equilátero* y H_1: *El triangulo no es equilátero.*
   c) Suponga σ conocido y desarrolle el TRV de nivel α, mostrando que la región crítica tiene la forma:
$$R = \{(y_1, y_2, y_3) | \sum_{i=1}^{3}(y_i^2 - \bar{y}^2) \geq k_\alpha\}$$