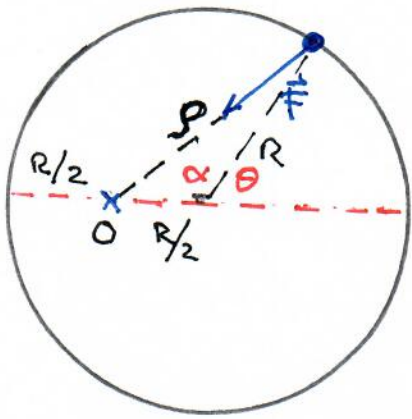


## EJEMPLO 2

ANEXO SESIÓN 11



$$\vec{F} = -k\vec{r}$$

ANILLO DESLIZA SIN ROCE POR UN ARRO DE RADIO  $R$ . ACTÚA UNA FUERZA  $\vec{F}$

CON RESPECTO A UN SISTEMA DE REFERENCIA CON ORIGEN EN  $O$

$$\vec{F} \cdot d\vec{r} = -k\rho \hat{\rho} \cdot (d\rho \hat{\rho} + \rho d\theta \hat{\theta})$$

$$\vec{F} \cdot d\vec{r} = -k\rho d\rho = -dV$$

$$V = \frac{1}{2}k\rho^2 + C \quad C = 0$$

LA PARTÍCULA SE MUEVE EN UN CÍRCULO  
EL CAMINO RECORRIDO  $S = R\theta$

$$\rho^2 = \left(\frac{R}{2}\right)^2 + R^2 - 2\left(\frac{R}{2}\right)R \cos \alpha$$

$$\alpha = \pi - \theta \rightarrow \cos \alpha = \underbrace{\cos \pi}_{=-1} \cos \theta - \underbrace{\sin \pi}_{=0} \sin \theta$$

$$\cos \alpha = -\cos \theta$$

$$V(\theta) = \frac{1}{2}k \left( \frac{5}{4}R^2 + R^2 \cos \theta \right)$$

$$\bar{V}(\theta) = \frac{1}{2}kR^2 \left( \frac{5}{4} + \cos \theta \right)$$

## EC. DE MOVIMIENTO

$$m \ddot{s} = - \frac{dV}{ds} = - \frac{dV}{d\theta} \underbrace{\frac{d\theta}{ds}}_{\frac{1}{R}} = - \frac{1}{R} \frac{dV}{d\theta}$$

## PUNTO DE EQUILIBRIO

$$\frac{dV}{d\theta} = 0 \quad \rightarrow \quad - \frac{1}{2} k R^2 \sin \theta = 0$$

$$\star \quad \theta_1 = 0$$

$$\star \quad \theta_2 = \pi$$

## ANÁLISIS DE ESTABILIDAD EN LOS PUNTO DE EQUILIBRIO

$$\frac{d^2V}{ds^2} = \frac{d}{ds} \left[ \frac{1}{R} \frac{dV}{d\theta} \right] = \frac{d}{d\theta} \left[ \frac{1}{R} \frac{dV}{d\theta} \right] \frac{d\theta}{ds}$$

$$\frac{d^2V}{ds^2} = \frac{1}{R^2} \frac{d^2V}{d\theta^2} = - \frac{1}{R^2} k R \cos \theta = - \frac{k}{R} \cos \theta$$

$$\theta_1 = 0 \quad \frac{d^2V}{ds^2} = - \frac{k}{R} < 0 \quad \text{EQUILIBRIO INESTABLE}$$

$$\theta_2 = \pi \quad \frac{d^2V}{ds^2} = + \frac{k}{R} > 0 \quad \text{EQUILIBRIO ESTABLE}$$

PERIODO PEQUEÑAS OSCILACIONES

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m R}{k}}$$