

### Auxiliar 5: Fuerza de gravitación, roce y resortes

Profesor: Francisco Brieva  
 Auxiliares: Daniel Lobos  
 Enrique Navarro

11 de abril de 2022

- P1.** Se tiene un anillo de radio  $R$  y masa  $M$  uniformemente distribuida ubicado en un plano, y una masa puntual de masa  $m \ll M$  ubicada sobre el eje de simetría del anillo a una distancia  $z$ .
- Calcular la fuerza gravitacional sobre  $M$  en función de la distancia  $z$ .
  - Estudiar el movimiento de pequeñas oscilaciones de  $m$  en torno al plano del anillo.

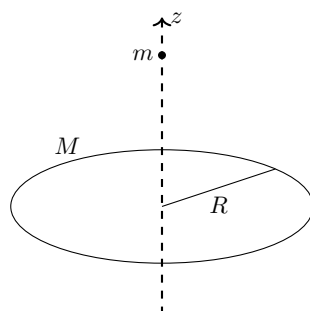


Figura 1

- P2.** Una partícula de masa  $m$  se lanza por el interior de un recipiente cilíndrico de radio  $R$  y altura  $h$ . El roce de la partícula con la pared cilíndrica es despreciable, pero existe roce viscoso  $\vec{F}_v = -c\vec{v}$  pues el recipiente cilíndrico está lleno con un fluido. La partícula es lanzada en contacto con la superficie cilíndrica, con velocidad horizontal de magnitud  $v_0$ . La partícula está sometida a la gravedad. Determinar:
- La velocidad y la posición vertical,  $\dot{z}$  y  $z$ , en función del tiempo.
  - La velocidad angular  $\dot{\theta}$  en función del tiempo.
  - El valor de  $c$  para que la partícula alcance a dar solo una vuelta, suponiendo que el recipiente es infinitamente alto.
- P3.** Considere dos partículas de masa  $m$  que pueden deslizar sin roce en un aro de radio  $R$  y dos resortes de constante elástica  $k$  conectados a las partículas como en la figura. Escribir las ecuaciones de movimiento de las partículas en términos de los ángulos medidos a partir de los ángulos de equilibrio de cada masa  $\eta_1$  y  $\eta_2$ , y resolverlas definiendo  $\alpha \equiv \eta_1 + \eta_2$  y  $\beta \equiv \eta_1 - \eta_2$ .



Figura 2