Universidad de Chile
Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas
Departamento de Física
FI2001-3 Mecánica

Auxiliar 9: Trabajo, energía y pequeñas oscilaciones

Profesor: Francisco Brieva
Auxiliares: Daniel Lobos
Enrique Navarro

27 de mayo de 2022

P1. Sobre una superficie plana horizontal se tiene una partícula de masa m atada a una cuerda ideal cuyo otro extremo pasa por un orificio en la superficie ubicado en el punto O. Sobre la partícula solo actúa una fuerza de roce viscoso lineal de constante k. Inicialmente la partícula tiene velocidad angular ω_0 y está a una distancia R de O.

a) Considerando que el extremo en el punto O de la cuerda se mantiene fijo de modo que la partícula describe una circunferencia, calcular al cabo de una vuelta completa de la partícula su velocidad angular y la tensión de la cuerda.

b) Considerando ahora que la cuerda se recoge a través del orificio O, determinar la función $r(t)$ de modo que la partícula mantenga su velocidad angular constante. Calcular el trabajo realizado por cada fuerza en el movimiento entre la posición inicial y cuando la distancia entre la partícula y el orificio se reduce a la mitad.

P2. Una partícula de masa m se mueve con rapidez constante por el exterior de un semicilindro horizontal de radio R. Además del peso y de la fuerza normal que ejerce la superficie, la partícula está sujeta a otras dos fuerzas. La primera es una fuerza $\vec{F}_1$ descrita por la ecuación

$$\vec{F}_1 = -c(xz^2\hat{x} + x^2z\hat{z}), \tag{1}$$

donde $c > 0$ es una constante conocida, y las coordenadas x y z se miden con respecto al origen O. La otra fuerza, $\vec{F}_2$, es aquella que permite que la partícula se mueva con rapidez constante en su trayectoria desde el origen O hasta la cúspide C del cilindro.

a) Mostrar que la fuerza $\vec{F}_1$ es conservativa.

b) Calcular el trabajo realizado por la fuerza $\vec{F}_2$ en el trayecto de O a C.

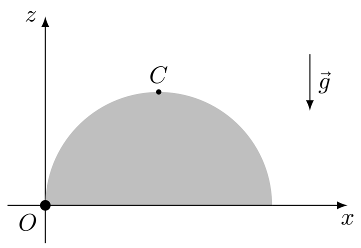

Figura 1

P3. Una partícula de masa m se mueve en un riel circunferencial de radio R en ausencia de gravedad. En su movimiento, la partícula está sometida a un roce viscoso cuadrático de coeficiente η, y a un roce cinético caracterizado por el coeficiente μ. Para simplificar cálculos, los coeficientes se relacionan vía $\eta = m\mu/R$.

a) Si la partícula es lanzada en $t = 0$ desde $\phi = 0$ con velocidad angular ω_0, calcular el trabajo $W(t)$ de la fuerza total después de que ha transcurrido un tiempo t.

b) Determinar el trabajo W cuando la partícula ha recorrido media circunferencia.

P4. Desde dos puntos A y B diametralmente opuestos de un riel semicircunferencial horizontal de radio R están sujetos dos resortes. Cada uno tiene su otro extremo unido a una misma masa m que se mueve sin roce por el riel. El largo natural del primer resorte es nulo, y el del segundo es $R/2$; además, la constante elástica del primer resorte es k y la del segundo resorte es $2k$.

a) Encontrar los puntos de equilibrio.

b) Calcular la frecuencia de pequeñas oscilaciones en torno al punto de equilibrio estable.

c) Calcular la rapidez v_0 con la que se debe lanzar la partícula desde el punto superior C del riel hacia la izquierda, para que llegue a A con rapidez $v_0/2$.