FI2001-4 Mecánica.
Profesor: Marcel Clerc.
Auxiliares: Roberto Gajardo, Lucciano Letelier.

Auxiliar 19: Preparación Control 2.

22 de Junio del 2022

P1. Autointeracción de un electrón liviano en plataforma rotativa:

La ecuación de movimiento de un electrón interactuando con su propio campo eléctrico es:

$$\frac{1}{\alpha}\dddot{\vec{r}} = \vec{F} - m_e\ddot{\vec{r}}$$

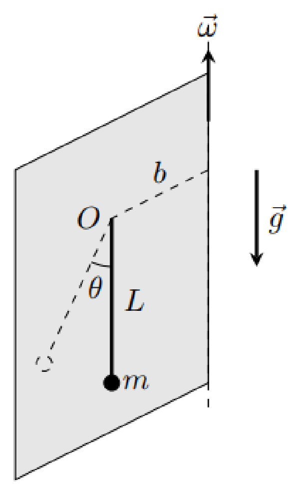
En esta expresión $\vec{r}$ es la posición del electrón medida desde un sistema de referencia inercial S, α es una constante que da cuenta de la intensidad de la autointeracción, m_e es la masa del electrón, y $\vec{F}$ es la fuerza neta que siente el electrón. Ahora, considere un sistema de referencia no inercial S' (en donde la posición del electrón es $\vec{r}'$) que comparte origen con S, pero cuyos vectores unitarios rotan con una velocidad angular $\vec{\omega}$ con respecto a los vectores unitarios del sistema de referencia inercial.

a) Para el caso en el cual se desprecia la inercia (es decir, $m_e\ddot{\vec{r}} = \vec{0}$) encuentre la ecuación de movimiento válida en el sistema de referencia no inercial S', es decir, encuentre una expresión para $\dddot{\vec{r}}'$ en función de $\vec{r}'$, $\dot{\vec{r}}'$, $\ddot{\vec{r}}'$, $\vec{F}$ y $\vec{\omega}$.

b) Cuando aplicamos un campo magnético externo aparece una fuerza $\vec{F} = q\left(\vec{v} \times \vec{B}\right)$, donde q es la carga del electrón y $\vec{v}$ es la velocidad del electrón en el sistema de referencia inercial S. Tomando en cuenta esta fuerza, y tomando el caso de una rotación lenta (es decir, $|\vec{\omega}| \ll 1$), encuentre una ecuación de movimiento simplificada a partir del resultado de la parte anterior.

P2. Péndulo en puerta giratoria:

Considere una puerta giratoria que posee un clavo en un punto O fijo ubicado a una distancia b del eje de rotación. Desde el clavo cuelga una cuerda ideal de largo L con una partícula de masa m en su extremo. Inicialmente la partícula se libera desde el reposo (relativo a la puerta) con la cuerda estirada y en posición vertical. No hay roce entre la partícula y la puerta, y la puerta gira con velocidad angular $\vec{\omega}$ constante. Todo se muestra en la siguiente figura:

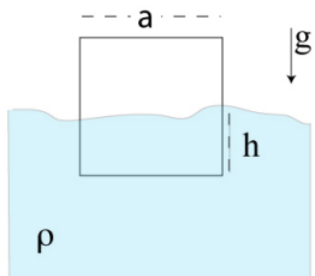


a) Encuentre la ecuación de movimiento para el péndulo tomando como variable el ángulo θ que se muestra en la figura anterior. Con este resultado encuentre una expresión que le permita encontrar el ángulo de equilibrio θ_{eq} asociado al sistema.

b) Integre la ecuación de movimiento usando las condiciones iniciales que se entregan en el enunciado para encontrar la velocidad $\dot{\theta}$ en función del ángulo θ.

P3. <u>Cubo flotando</u>:

Considere un cubo de arista a que flota en equilibrio en un fluido de densidad de masa ρ cuando se hunde una profundidad h (con $h < a$). Las fuerzas a las cuales está sometido el cubo son su peso y el empuje que genera el fluido. El sistema se representa en la siguiente figura:



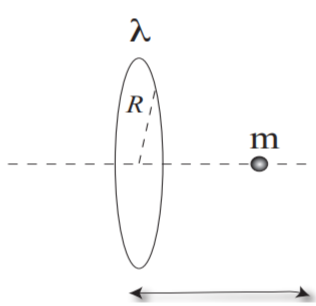
a) Sea y la distancia desde la base del cubo hasta la superficie del fluido. Encuentre la ecuación de movimiento asociada a esta coordenada cuando se genera una pequeña perturbación vertical en la posición del cubo. ¿Cómo se modifica su resultado si consideramos que el fluido tiene un roce viscoso con constante λ?

b) Cuando un objeto (como un cubo o un barco) flota en un fluido podemos inducir un movimiento vertical oscilatorio al golpear en el agua con una intensidad γ y una frecuencia ω. Deduzca la ecuación de movimiento del cubo si consideramos el roce viscoso y un forzamiento como el que se acaba de describir.

c) Encuentre la respuesta del sistema al forzamiento y la frecuencia de resonancia ω_r. Grafique la curva de respuesta en función de ω.

P4. <u>Partícula oscilatoria</u>:

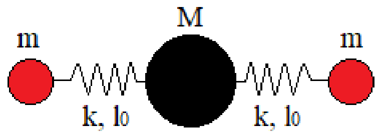
Considere un anillo de radio R y densidad de masa lineal uniforme λ fijo en el espacio. Si sobre el eje de simetría del anillo se deposita a una partícula puntual de masa m, la atracción gravitacional desplazará la partícula sobre este eje de simetría, tal como se muestra en la siguiente figura:



Encuentre la frecuencia de oscilación de la partícula a lo largo del eje de simetría del anillo para pequeños desplazamientos desde el centro de este.

P5. **Molécula de CO_2:**

Se modela la molécula de CO_2 como una masa M (átomo de carbono) unida a dos partículas de masa m (átomos de oxígeno) a través de resortes de largo $l_0 = 0$ (por simplicidad) y constante elástica k. Todo se muestra en la siguiente figura:



a) Encuentre la ecuación de movimiento para cada uno de los átomos de la molécula de CO_2.

b) Encuentre las frecuencias asociadas a los modos propios de esta molécula. Describa cualitativamente los modos normales.