CONTROL N° 1
MECÁNICA

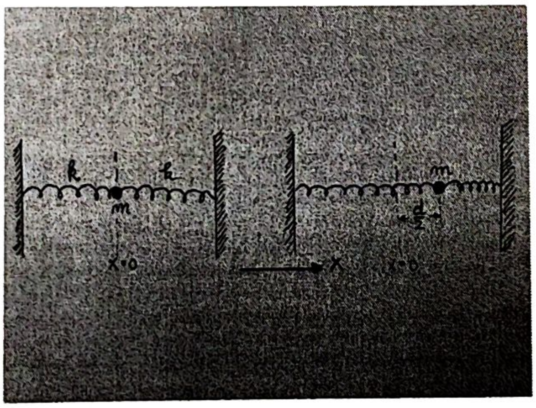
Claudio R. Romero Z.

9 de abril de 2022.
Tiempo: 3.0 hrs.

NOTA: Sin apuntes. Todas sus respuestas deben estar justificadas. Respuestas en hojas separadas.

Escriba con letra clara

P1. Dos resortes idénticos de constante k se encuentran en su largo natural, unidos a una masa m en reposo. La masa m está restringida a oscilar en la dirección horizontal (eje x).(ver figura).



Luego, el sistema es perturbado y la masa m comienza a oscilar con movimiento armónico simple en torno a la posición de equilibrio, con amplitud d. En el instante en que la masa pasa por la posición $x = d/2$, moviéndose hacia la derecha, el resorte de la derecha es retirado (desaparece instantáneamente).

i) (3 ptos.) Encuentre $x(t)$, después que el resorte de la derecha desaparece. Determine explícitamente: la amplitud, la fase y la frecuencia angular de la nueva oscilación.

ii) (2 ptos.) Si el nuevo oscilador es sometido a una fuerza externa $F = F_0 \; cos(5 \; \omega_0 \; t)$, donde $\omega_0 = \sqrt{k/m}$, encuentre $x = x(t)$.

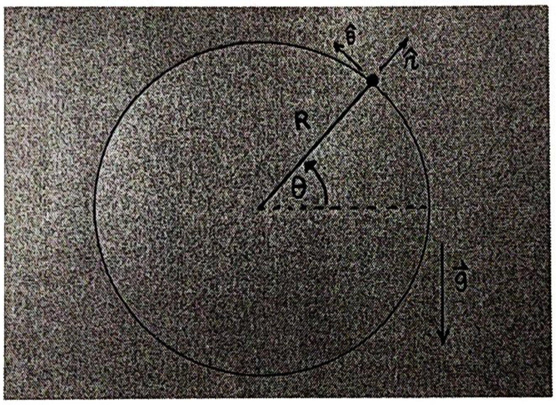
iii) (1 pto.) Encuentre el valor de la potencia media entregada por la fuerza externa al oscilador. ¿ Es razonable este resultado? ¿Porqué? Explique.

P2. Una barra rígida de largo R y masa despreciable gira en un plano vertical libremente alrededor de un eje que pasa por uno de sus extremos. En el extremo opuesto de la barra está adosada una masa puntual m.La barra es capaz de ejercer tensión sobre la masa o soportar compresión. El sistema está sometido a la aceleración de gravedad $\vec{g}$. Inicialmente, la masa se encuentra en la posición $\theta = 0$ y su velocidad tiene magnitud v_0, apuntando hacia arriba.

i) (2.0 ptos.) Escriba las ecuaciones de movimiento en las direcciones $\hat{r}$ y $\hat{\theta}$.

ii) (2.0 ptos.) Integre la ecuación de movimiento en la dirección $\hat{\theta}$. Para ello multiplique previamente ambos miembros de la ecuación por $\dot{\theta}$ y note que: $\frac{d\dot{\theta}^2}{dt} = 2\dot{\theta}\ddot{\theta}$

iii) (2.0 ptos.) Encuentre el valor máximo de la magnitud de la fuerza que ejerce la barra sobre la partícula. ¿ En qué posición se encuentra la barra en ese instante? ¿La barra está tensionada o comprimida en esa posición?



P3. Una partícula se mueve sujeta a la acción de una fuerza conservativa cuya función energía potencial es:

$$U(x) = U_0 \left(\frac{a}{x} + \frac{x}{a} \right) \qquad -\infty < x < \infty$$

(1)

donde U_0 y a son constantes positivas.

i) Grafique la función $U(x)$.

ii) Encuentre los puntos de equilibrio.

iii) Encuentre la frecuencia de pequeñas oscilaciones en torno a los puntos de equilibrio estables.

iv) Cuando inicialmente la partícula se encuentra en $x > 0$ y su energía mecánica es 5 U_0, encuentre los puntos de retorno.