

**MA1001-3 Introducción al Cálculo****Profesores:** Cristián Reyes R**Auxiliares:** Sebastián López T., Gonzalo Salas V.**Auxiliar 7: Axioma del supremo**

04 de Mayo de 2022

- P1.** (a) Pruebe que el conjunto de los números naturales  $\mathbb{N}$  no es acotado superiormente.  
(b) Pruebe que, para todo  $x > 0$ , existe un natural  $n \in \mathbb{N}$  tal que  $nx > 1$ . A esto se le conoce como la **Propiedad Arquimediana**.

**P2.** Considere el conjunto  $A = \left\{ \frac{n}{n+1} : n \in \mathbb{N} \right\}$ .

- (a) Encuentre, en caso de existir, todas las cotas inferiores de  $A$ , su ínfimo y su mínimo.  
(b) Demuestre, utilizando la propiedad arquimediana, que  $\sup(A) = 1$ . Justifique por qué  $A$  no tiene máximo

**P3.** Considere dos conjuntos  $V, W \subseteq \mathbb{R}$  no vacíos tales que:

$$\forall x \in V, \forall y \in W : x + y < 0.$$

Demuestre que ambos conjuntos son acotados superiormente y que además:

$$\sup(V) + \sup(W) \leq 0.$$

**Propuesto** Resuelva la siguiente ecuación:

$$3 \tan^2(x) + 5 = \frac{7}{\cos(x)}$$