Auxiliar 2

Axiomas de Orden

Profesor: Raúl Gormaz
Auxiliar: Joaquín López

1. Resumen owo !

- **Ax. 6 Tricotomía**

  $\forall x \in \mathbb{R}$ sólo una de las siguientes proposiciones es verdadera:

  a) $x \in \mathbb{R}_+^*$
  b) $-x \in \mathbb{R}_+^*$
  c) $x = 0$

- **Ax. 7 Clausura**

  $\forall x, y \in \mathbb{R}_+^*$

  a) $(x + y) \in \mathbb{R}_+^*$ ı|tem[b)] $x \cdot y \in \mathbb{R}_+^*$

- **Relaciones de Orden**

  Sean $x, y \in \mathbb{R}$

  a) $x < y \iff (y - x) \in \mathbb{R}_+^*$
  b) $x > y \iff (x - y) \in \mathbb{R}_+^*$
  c) $x \leq y \iff (x < y) \vee (x = y)$
  d) $x \geq y \iff (y < x) \vee (x = y)$

- **Propiedades de Orden**

  1. $x > 0 \iff x \in \mathbb{R}_+^*$
  2. $x, y \in \mathbb{R}$ cumple solo una de las siguientes proposiciones
     a) $x < y$
     b) $x > y$
     c) $x = y$
  3. $x < y$ y $a \in \mathbb{R} \implies x + a < y + a$
  4. a) $x < y \wedge a > 0 \implies ax > ay$
     b) $x < y \wedge a < 0 \implies ax < ay$
  5. $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 \geq 0$
  6. $x < y \wedge u < v \implies x + u < y + v$
  7. $0 < x < y \wedge 0 < u < v \implies xu < yv$
  8. a) $x > 0 \implies x^{-1} > 0$
     b) $x < 0 \implies x^{-1} < 0$
  9. $0 < x < y \implies x^{-1} > y^{-1}$

- **Propiedades del modulo**

  1. **Definición Valor Absoluto**

  $$|x| = \begin{cases} -x & x < 0 \\ x & x \geq 0 \end{cases}$$

  2. $|x| \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$
  3. $x = 0 \iff x = 0$
  4. $|x| = |-x|$
  5. $|xy| = |x||y|$
  6. $|x| \leq a \iff a \leq x \leq a$
  7. $|x| \geq a \iff a \leq x \vee x \leq -a$
  8. Desigualdad triangular!
     $|x + y| \leq |x| + |y|$

muito obrigado alvarito uwu

$\boxed{\textbf{P1.-}}$ Sean $x, y \in \mathbb{R}_+^*$, $a, b, c \in \mathbb{R}$ demuestre las siguientes desigualdades:

1. $2 \leq (\frac{x}{y} + \frac{y}{x})$
2. $2 \leq x + x^{-}1$
3. $(x+y)(x^{-1} + y^{-1}) \geq 4$
4. Si $x^2 + y^2 = 4$ entonces $x^2y^2 \leq 4$
5. $a^2 + b^2 + c^2 \geq ac + ab + cb$

$\boxed{\textbf{P2.-}}$

(a) Determine en términos de intervalos el siguiente subconjunto de los reales:

$$A = \{x \in \mathbb{R} : \frac{(x-4)}{(x-5)} \geq \frac{(x-5)}{(x-8)}\}$$

(b) Determine los $k \in \mathbb{R}$ que cumplan:

$$x^2 + 2kx + k > 0, \forall x \in \mathbb{R}$$

(c) Resuelva las siguientes inecuaciones:

(i) $|x-3| \leq \frac{1}{2}$

(i) $2|x| < |x-1|$

(iii) $\frac{x+2}{2x^2-3x} < 0$

(iv) $|x-8| < x-2$

$\boxed{\textbf{P3.-}}$ **(Propuesto)**
Resuelva la siguiente inecuación:

$$x \geq ||x+1| + |x-1| - |x|| - 1$$

Hint: vaya caso por caso según en los puntos críticos y después una todas las soluciones.
Hint 2: un punto critico es -1

Hint 3: los otros puntos crítico son 0, 1
La solución es:$[\frac{1}{2}, +\infty)$