P1) a) la recta de los puntos se puede definir
- encontrando la pendiente y luego usar alguno
de los puntos, en el resumen es la <u>ec. de punto</u>
- <u>Pendiente</u>. entonces obtengamos la pendiente!

$$m = \frac{A_y - B_y}{A_x - B_x} = \frac{0 - 3b}{3a - 0} = -\frac{b}{a}$$

y usando el punto A por ec. de punto pendiente
tenemos que:

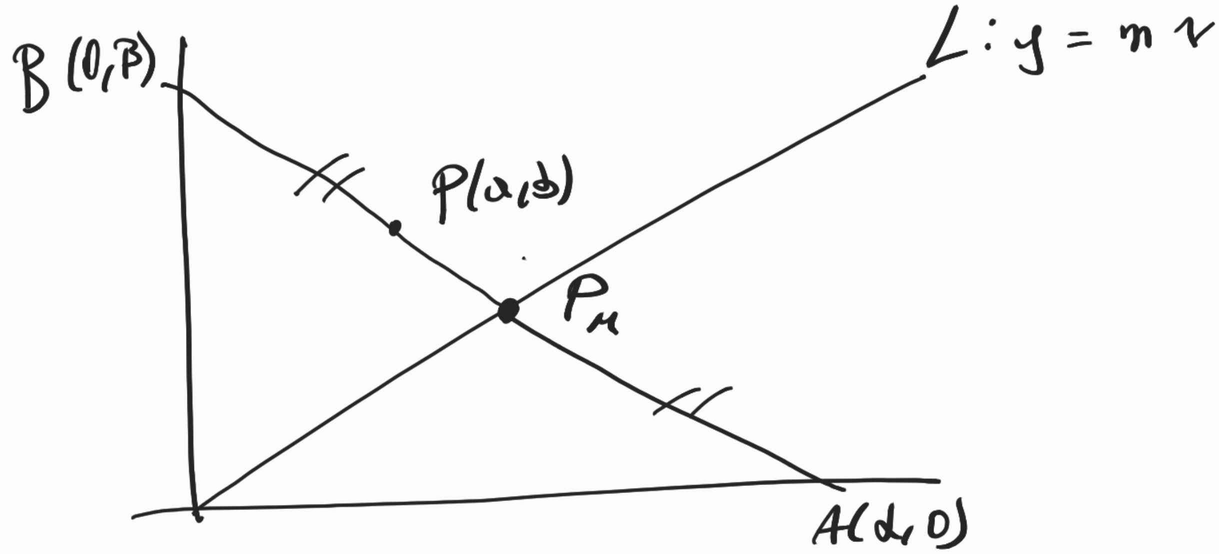
$$L_{AB}: \quad y - 0 = -\frac{b}{a}(x - 3a)$$

ahora hay que chequear que $C(a, 2b) \in L_{AB}$
reemplazando

$$-\frac{b}{a}(a - 3a) = \frac{-b}{\cancel{a}}(-2\cancel{a}) = 2b$$

$$\boxed{C = (a, 2b) \in L_{AB}}$$

P1 | b) Veamos un dibujito



Notemos que por enunciado el trazo AB es dimidiado en la intersección y sabemos que el punto que dimidia a $\overline{AB}$ es su punto medio P_M

y el punto medio es

$$P_M = \left(\frac{A_x + B_x}{2} , \frac{A_y + B_y}{2} \right)$$
$$= \left(\frac{\alpha}{2} , \frac{\beta}{2} \right)$$

ahora la recta definida por el punto $P(a,b)$ y pendiente k es:

$$\boxed{y - a = k(x - b)}$$

y queremos encontrar k en función de los datos

$$\boxed{m, a, b}$$

Notemos que $P_m \in L$ pues es el punto donde L dimidia a $\overline{AB}$ y luego $\boxed{\frac{\beta}{2} = m\frac{\alpha}{2}}$

$\boxed{m = \frac{\beta}{\alpha}}$ Pero Notemos que

$$\boxed{K = \frac{A_y - B_y}{A_x - B_x} = \frac{-\beta}{\alpha} = -m}$$

Luego la recta que dimidia $\overline{AB}$ y pasa por P:

$$\boxed{L_{AB} : y = -m(x-a)+b}$$

P3) hay que encontrar restricciones para la circunferencia $(x-\alpha)^2+(y-\beta)^2=r^2$

Vayamos imponiendo cosas!

— Su centro se encuentra en $L: 2x-y-3=0$

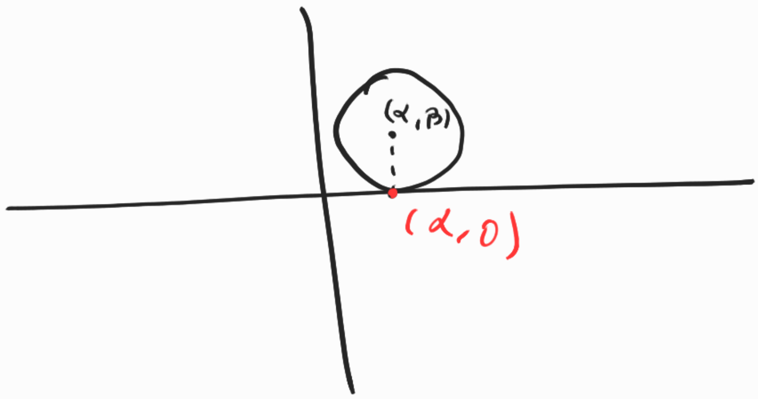
O sea que el centro $(\alpha,\beta)\in L$

$$\Leftrightarrow 2\alpha-\beta-3=0$$

$$\boxed{2\alpha-3=\beta}$$

— Sean tangentes al eje OX

Veamos que esto significa que hay un punto que esta en el eje OX



O sea el punto $(\alpha, 0) \in C$; pues es el punto de tangencia!

reemplazando en la circunferencia queda que:

$$(\alpha-\alpha)^2+(0-\beta)^2=r^2$$

$$\Rightarrow \quad \beta^2 = r^2 = (2\alpha-3)^2$$

entonces por el momento la circunferencia queda así!

$$(x-\alpha)^2+(y-(2\alpha-3))^2=(2\alpha-3)^2$$

expandamos!

$$x^2-2x\alpha+\alpha^2+y^2-2y(2\alpha-3)\cancel{+(2\alpha-3)^2}=\cancel{(2\alpha-3)^2}$$

$$x^2-2x\alpha+\alpha^2+y^2-2y(2\alpha-3)=0$$

ahora impongamos la tercera condición!

$(0,3) \in C$

O sea $\cancel{0^2}-\cancel{2\cdot 0\cdot\alpha}+\alpha^2+9-6(2\alpha-3)=0$

$$\Rightarrow \boxed{\begin{array}{l}\alpha^2-12\alpha+27=0\\(\alpha-3)(\alpha-9)=0\end{array}}$$

Luego $\alpha = 3 \vee \alpha = 9$

Veamos que en cada caso, define una circunferencia (ya sabemos que cumple las 3 condiciones!)

$\underline{\alpha = 3)}$

$\beta = 2\alpha - 3 = 3 \wedge r^2 = \beta^2 = 9$

$$\boxed{C_{\alpha=3} : (x-3)^2 + (y-3)^2 = 9}$$

$\underline{\alpha = 9)}$ $\beta = 2\alpha - 3 = 15 \wedge r^2 = \beta^2 = 15^2$

$$\boxed{C_{\alpha=9} : (x-9)^2 + (y-15)^2 = 15^2}$$

$\underline{P4)}$ 2) Notemos que, como $a \cdot b = 1$, $a \neq 0$ pues b es inverso de a y que c también es inverso $\therefore$

Por teorema de unicidad de inversos

$$\boxed{b = c}$$

1) Notemos que hay 2 ptos críticos $\{-1, 5\}$

i) $(-\infty, 1)$ tenemos que

$$\frac{-(x+1)}{-(x-5)-3} < x+1 \iff \frac{-(x+1)}{2-x} < x+1$$

$$\Leftrightarrow \frac{x+1}{x-2} < x+1 \Big/ \cdot \frac{1}{x+1} \text{ como } x-1<0$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{x-2} > 1 \Leftrightarrow \frac{1}{x-2} - \frac{(x-2)}{x-2} > 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{3-x}{x-2} > 0 \Leftrightarrow \frac{x-3}{x-2} < 0$$

y una tablita rapida

	$-\infty$	2		3	∞
$x-3$	$-$		$-$		$+$
$x-2$	$-$		$+$		$+$
%	$+$		$-$		$+$

$$\left[(-2,3) \cap (-\infty,-1)\right] = \emptyset$$

$$Sol_1 = \emptyset$$

ii) Caso $x \in (-1,5)$:

$$\frac{x+1}{-(x-5)-3} < x+1 \Leftrightarrow \frac{x+1}{2-x} < x+1$$

como $x+1>0 \Big/ \cdot \frac{1}{x+1}$

$$\frac{1}{2-x} < 1 \Leftrightarrow 0 < \frac{2-x-1}{2-x} = \frac{1-x}{2-x}$$

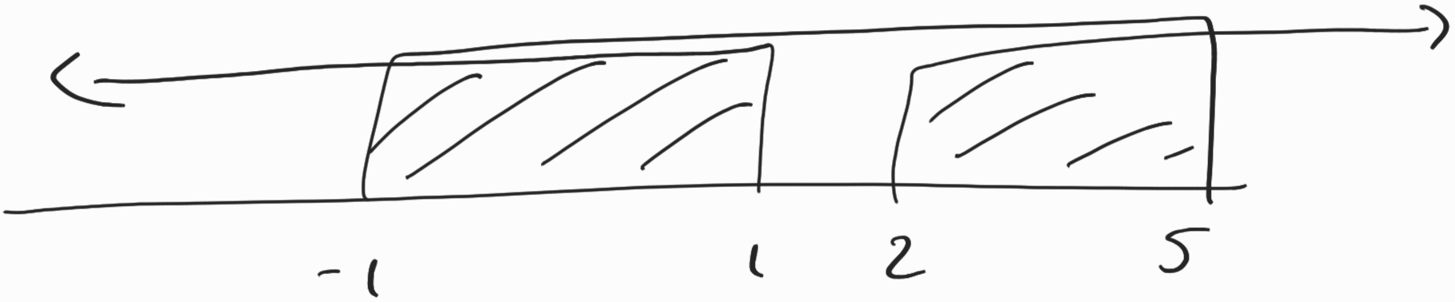
$$\Leftrightarrow 0 < \frac{x-1}{x-2}$$

tablita rápida

	$-\infty$	1	2	∞
$x-1$	$-$	$+$	$+$	
$x-2$	$-$	$-$	$+$	
%	$+$	$-$	$+$	

luego la sol es

$$[(-\infty,1)\cup(2,\infty)]\cap(-1,5)$$



$$= (-1,1)\cup(2,5]$$

Notar que 5 cumple la desigualdad!

$$Sol_2 = (-1,1)\cup(2,5]$$

iii) caso $x\in(5,\infty)$

$$\frac{x+1}{x-5-3} < x+1 \quad / \cdot \frac{1}{x+1} \quad \text{pues } \frac{1}{x+1} > 0$$

$$\iff \frac{1}{x-8} < 1 \iff 0 < \frac{x-8-1}{x-8} \quad \Big/ -\frac{1}{x-8}$$

$$\iff \frac{x-9}{x-8} > 0$$

	$-\infty$	8		9		∞
$x-9$	$-$		$-$		$+$	
$x-8$	$-$		$+$		$+$	
$\%$	$+$		$-$		$+$	

luego la sol es

$$[(-\infty,8)\cup(9,\infty)]\cap(5,\infty) = (5,8)\cup[9,\infty)$$

luego la sol total es

$$Sol_1 \cup Sol_2 \cup Sol_3$$

$$= (-1,1)\cup(2,8)\cup(9,\infty) \quad \blacksquare$$

P2 les subo una capsula !!!