Auxiliar 4??

Cónicas y rectas

Profesor: Raúl Gormaz
Auxiliar: Joaquín López

1. Resumen(De la nube mechona!)

- **Parabola** $e = 1$:

  Caso vertical

  - $(x - x_0)^2 = 4p(y - y_0)$
  - Vértice (x_0, y_0)
  - Foco $(x_0, y_0 + p)$
  - Directriz: $y = y_0 - p$

  Caso horizontal

  - $4p(x - x_0) = (y - y_0)^2$
  - Vértice (x_0, y_0)
  - Foco $(x_0 + p, y_0)$
  - Directriz: $x = x_0 - p$

- **Elipse** $0 < e < 1$:

  Caso a>b (Semi eje mayor: a)

  - $\frac{(x-x_0)^2}{a^2} + \frac{(y-y_0)^2}{b^2} = 1$
  - Excentricidad $e = \frac{\sqrt{a^2-b^2}}{a}$
  - Centrado en: (x_0, y_0)
  - Focos $(x_0 \pm ae, y_0)$
  - Directrices: $x = x_0 \pm \frac{a}{e}$

  Caso a<b (Semi eje mayor: b)

  - $\frac{(x-x_0)^2}{a^2} + \frac{(y-y_0)^2}{b^2} = 1$
  - Excentricidad $e = \frac{\sqrt{b^2-a^2}}{b}$
  - Centrado en: (x_0, y_0)
  - Focos $(x_0, y_0 \pm be)$
  - Directrices: $y = y_0 \pm \frac{b}{e}$

- **Hipérbola** $e > 1$: Caso Horizontal

  - $\frac{(x-x_0)^2}{a^2} - \frac{(y-y_0)^2}{b^2} = 1$
  - Excentricidad $e = \frac{\sqrt{a^2+b^2}}{a}$
  - Centrado en: (x_0, y_0)
  - Focos $(x_0 \pm ae, y_0)$
  - Directrices: $x = x_0 \pm \frac{a}{e}$

  Caso Vertical

  - $\frac{(x-x_0)^2}{a^2} - \frac{(y-y_0)^2}{b^2} = 1$
  - Excentricidad $e = \frac{\sqrt{b^2+a^2}}{b}$
  - Centrado en: (x_0, y_0)
  - Focos $(x_0, y_0 \pm be)$
  - Directrices: $y = y_0 \pm \frac{b}{e}$

- **Propiedad MUY UTIL**

  Dado 2 rectas L y L', si

  $$m_L \cdot m_{L'} = -1$$

  Entonces $L \perp L'$.

- **Punto Medio**

  Dado dos puntos $A(a_1, a_2)$ y $B(b_1, b_2)$ definimos su punto medio como

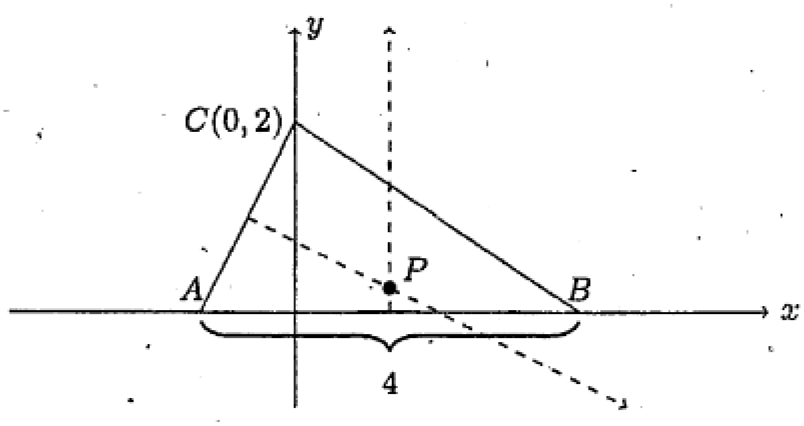
  $$P_m = (\frac{a_1 + b_1}{2}, \frac{a_2 + b_2}{2})$$

  Notar que P_m dimidia el segmento AB, ya que $d(A, P_m) = d(B, P_m)$

2. Problemas

$\boxed{\textbf{P1.-}}$ Un triangulo ABC variable tiene su vértice en $C(0,2)$, fijo sobre el eje OY y el lado opuesto AB de longitud dada $\overline{AB} = 4$, se desliza sobre el eje OX. Las rectas Simetrales de los lados AB y AC se cortan en un punto $P(\alpha, \beta)$. (Ver esquema)

Se pide determinar el Lugar Geométrico que describe el punto P, en función de α y β, e identificar el Lugar Geométrico indicando sus elementos principales (focos, directrices, excentricidad) **HINT:** si $x_P = \alpha$ entonces $x_A = \alpha - 2$ y $x_B = 2 + \alpha$



$\boxed{\textbf{P2.-}}$ Identifique las siguientes cónicas y el foco, directriz y todas esas cosas:

1. $x^2 + 2x + y^2 + 4y - 4 = 0$
2. $2y^2 + 4x - y + 3 = 0$
3. $x - 3x - 2y^2 - 5y = 0$
4. $2x^2 + 2x + 3y^2 + 4y - 4 = 0$
5. $-2x - 3x^2 + 5y + 1 = 0$
6. $x^2 - y^2 = 0$

$\boxed{\textbf{P3.-}}$ (Recuerdo Semana pasada) Hallar el punto Q Simétrico del punto $P(-2, 6)$ con respecto a la recta de ecuación:

$$\mathcal{L} : 5x - 2y - 7 = 0$$

$\boxed{\textbf{P4.-}}$ **(Hay Propuestos)**

Un punto $P(x_0, y_0)$ del plano se mueve de modo que el producto de las pendientes de las rectas que unen P con los puntos $A(1, -3)$ y $B(3, -3)$ es constante e igual a 4.
Encontrar e identificar el Lugar Geométrico que describe P, señalando los elementos principales de dicho lugar geométrico.

$\boxed{\textbf{P5.-}}$ **(y Propuestos)**$_{\textbf{insertese meme de los simpsons}}$

Dada una elipse $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ y una recta $y = mx + k$. Se sabe que estas son tangentes si y solo si se verifica que:

$$k^2 = (ma)^2 + b^2$$

Encuentre el lugar geométrico de los puntos $P(\alpha, \beta)$ tales que las dos rectas tangentes a la elipse pasan por P son perpendiculares