

# Auxiliar Extra

Funciones y cónicas

**Profesor: Raúl Gormaz**  
Auxiliar: Joaquín López

## 1. Problemas

**P1.-** (lo que falta!)

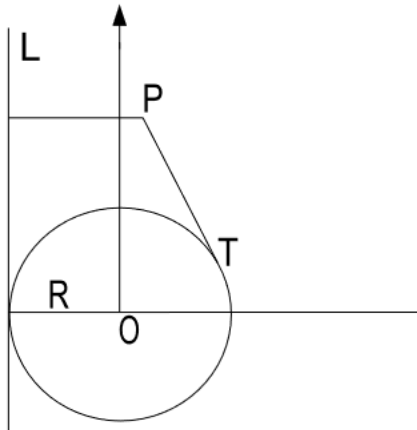
Sea:  $g(x) = \frac{x}{x^2 - |x|}$

- Determine dominio, ceros, paridad y signos de  $g$ .
- Encuentre asíntotas de todo tipo de  $g$ .
- Estudie crecimiento por intervalos de  $g$ .
- Encuentre el conjunto imagen de  $g$ . Bosqueje su gráfico.
- Estudie inyectividad de  $g$ . Encuentre al mayor intervalo  $I \subseteq \mathbb{R}$  tal que  $g$  restringido a  $I$  sea inyectiva. Calcule su inversa explícitamente.

**P2.-**

Dada la circunferencia  $C : x^2 + y^2 = R^2$  y la recta  $L : x = -R$ , se pide determinar el Lugar Geométrico de los puntos  $P$  del plano, tales que la distancia de  $P$  a la recta  $L$  es igual a 2 veces la magnitud del trazo  $\overline{PT}$ , tangente desde  $P$  a la circunferencia  $C$  (ver figura).

Identifique el lugar geométrico resultante, indicando, si corresponde, centro, focos, semiejes, directrices, asíntotas y excentricidad.



**P3.-** Un punto  $A$  se mueve sobre la parábola de ecuación  $x^2 = 4py$  de foco  $F = (0, p)$  y vértice  $O = (0, 0)$ . Determine el lugar geométrico de los puntos  $P = (\alpha, \beta)$  que satisfacen la siguiente condición:

'El punto  $A$ , intersección de la recta  $\overline{OP}$  con la parábola, y el punto  $B$ , intersección de la recta  $\overline{FP}$  y el eje  $OX$ , tienen la misma abscisa.'

**P4.-** Sea  $a \in \mathbb{R}, a > 0$ . Se define  $f : A \rightarrow \mathbb{R}$  por:

$$f(x) = \frac{|x|}{\sqrt{a^2 - x^2}}$$

1. Determine  $A = \text{Dom}(f)$  y  $f(A) = \text{Im}(f)$
2. Encuentre los ceros de  $f$ . Estudie paridad, inyectividad, epiyectividad, existencia de asíntotas.
3. Demuestre que  $f : A \cap [0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$  es estrictamente creciente.
4. Realice un bosquejo de la función que ilustre todo lo calculado en los puntos anteriores.