Auxiliar 6

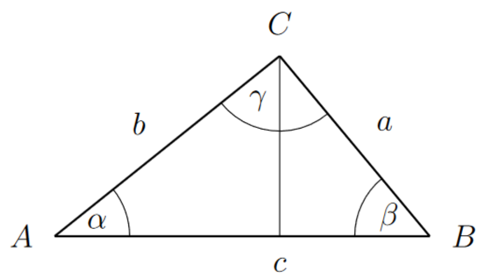
Trigonometría

Profesor: Raúl Gormaz
Auxiliar: Joaquín López

1. Problemas

P1.- El triangulo ABC de la figura tiene lados a, b, c ángulos interiores α, β, γ y área A. Demuestre que:

$$a^2 \sin 2\beta + b^2 \sin 2\alpha = 4A$$

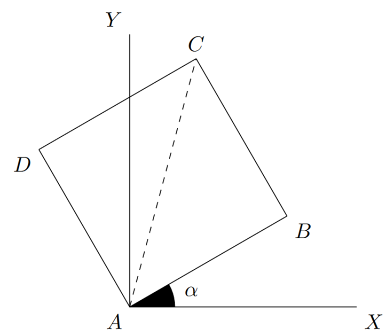


P2.- Demuestre las siguientes identidades trigonométricas:

1. $\tan(\alpha) - \tan(\beta) = \frac{\sin(\alpha-\beta)}{\cos(\alpha)\cos(\beta)}$ Concluya que tan es creciente en $(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$
2. $\tan^2(x) + 1 = \sec^2(x)$
3. $\sin(2x) = \frac{2\tan(x)}{1+\tan^2(x)}$
4. $1 + \sin(2x) = (\sin(x) + \cos(x))^2$
5. $\sin(\alpha) = \frac{2\tan\left(\frac{\alpha}{2}\right)}{1+\tan^2(\frac{\alpha}{2})}$
6. $\cos(\alpha) = \frac{1-\tan^2(\frac{\alpha}{2})}{1+\tan^2(\frac{\alpha}{2})}$

P3.- El cuadrado $ABCD$ de la figura tiene el vértice A en el origen y su lado AB, de magnitud a, está inclinado con respecto al eje OX en un ángulo α. Determine en función de a y α las coordenadas de los vértices B y D y también demuestre que la ecuación de la diagonal AC es

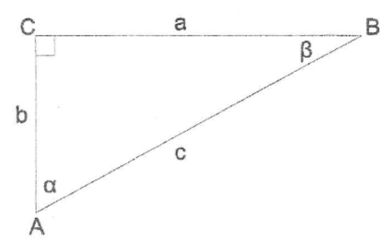
$$AC : (\sin(\alpha) + \cos(\alpha))x + (\sin(\alpha) - \cos(\alpha))y = 0$$



P4.- (Propuesto!)

Demuestre que en el triangulo ABC de la figura, rectángulo en C, con catetos a, b, hipotenusa c y ángulos agudos α, β, verifica que:

$$\sec(2\beta) + \tan(2\beta) = \frac{a+b}{a-b}$$



P5.- (Propuesto!)

Suponga que usted está parado a una altura h sobre el nivel del mar, mirando al horizonte. Suponga que la Tierra es una circunferencia de radio R. Calcule la cantidad máxima de kilómetros que es posible ver, es decir, el largo del arco de circunferencia que es posible ver.

Hint: Recuerde el largo de un arco de circunferencia dado dos puntos en esta es:

$$\overset{\frown}{AC} = R\theta$$

donde θ es el ángulo interior formado entre los dos puntos y R es el radio de la circunferencia.