

Auxiliar 10+1

Funcion exponencial y logaritmo

Profesor: Raúl Gormaz
Auxiliar: Joaquín López

P1.-

Si existen, calcule los siguientes limites, Justificando sus pasos en cada caso.

1. $\lim \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \ln\left(1 + \frac{1}{k}\right)$
2. $\lim \left(\frac{n+2}{n}\right)^n$
3. dado $x > 0$, $\lim n(\sqrt[n]{x} - 1)$
4. $\lim \frac{\ln(n)}{n}$
5. $\lim \frac{1}{n} \ln(1 + e^{an})$ con $a > 0$
6. $\lim \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n e^{\frac{k}{n}}$

P2.- Calcule el siguiente limite $\frac{n}{\sqrt[n]{n!}}$

1. Primero pruebe que $\forall n \geq 1, (1 + \frac{1}{n})^n \leq e \leq (1 + \frac{1}{n})^{n+1}$. Recuerde la sucesión $(1 + \frac{1}{n})^{n+1}$ es decreciente!
2. Luego pruebe que $\frac{(n+1)^n}{n!} \leq e^n \leq \frac{(n+1)^{n+1}}{n!}$
3. Calcule $\lim \frac{(n+1)}{\sqrt[n]{n!}}$, luego concluya el resultado deseado.

P3.-

1. Dados f, g funciones y $x' \in \mathbb{R}$ tales que $\lim_{x \rightarrow x'} f(x) = l_1$ y $\lim_{x \rightarrow x'} g(x) = l_2$ entonces demuestre que

$$\lim_{x \rightarrow x'} (fg)(x) = l_1 l_2$$

2. Calcule:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos(x)}{x^2}$$

HINT: use que $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x)}{x} = 1$