MA1001/MA1101-Secciones 1/9, Otoño 2022
Auxiliares: Javier Santidrián Salas - Patricio Yáñez Alarcón

TPCA 1 (Todes Pasamos Cálculo y Álgebra)

Fecha: 1/04/21

P1. Lógica
Determine los valores de verdad de las proposiciones p, q, r, s, t sabiendo que la siguiente proposición es falsa:

$$[(p \iff q) \wedge \overline{(r \implies s)} \wedge \overline{t}] \implies [\overline{s} \wedge (q \implies s)]$$

P2. Axiomas de Cuerpo Probar $x^{-1} + y^{-1} = (x+y)x^{-1}y^{-1}$
Probar $(x^2y)^{-1} = (-x)^{-1} \cdot y^{-1} \cdot (-x)^{-1}$

P3. Cuantificadores
¿Es cierto que $\forall y \in \mathbb{Q}, \exists x \in \mathbb{Q}, (x^2 = y \vee x^2 = -y)$? Justifique su respuesta.

P4. Axiomas de Orden Demostrar la siguiente desigualdad[solo sección 9]:

$\forall x_i \in \mathbb{R}, i \in \mathbb{N}$

$$|x_1 + x_2 + ... + x_{n-1} + x_n| \leq |x_1| + |x_2| + ... + |x_{n-1}| + |x_n|$$

Lo que busca esta pregunta es desarrollar el concepto de inducción con desigualdades, además contextualizar un poco el valor absoluto que será usado más adelante.
Sección 1 Pruebe esto

$$\sqrt{a_1^2 + a_2^2 + \cdots + a_n^2} + \sqrt{b_1^2 + b_2^2 + \cdots + b_n^2} \geq \sqrt{(a_1+b_1)^2 + (a_2+b_2)^2 + \cdots + (a_n+b_n)^2}.$$

P5. Inducción
Sean $a, b \in \mathbb{N} \setminus \{0\}, a \geq b$ y f_n definida por la recurrencia $f_0 = 2$, $f_1 = 2a$ y $f_{n+1} = af_n + bf_{n-1}, \forall n \in \mathbb{N} \setminus \{0\}$. Muestre que $\forall n \in \mathbb{N}, f_n \geq a^n + b^n$.

P6. Inecuaciones Resuelva:

$$\frac{|x^2 - 2x + 1|}{|x^2 - 3x + 2|} \leq 1$$

P7. Conjuntos

Sea E un conjunto de referencia no vacío y $A, B, C \subseteq E$ conjuntos cualesquiera. Demuestre que

$$C \subseteq (A \setminus B) \cup (B \setminus A) \iff (C \cap B \subseteq B \setminus A) \wedge (C \setminus B \subseteq A).$$

.